生成坐标方法与原子核集体运动

V. 重离子碰撞中的相对移动

徐躬耦 王顺金

（兰州大学）

摘 要

本文指明了作者们在前文中所发展的用以研究原子核集体激发能谱的生成坐标方法可同样用来研究重离子碰撞中的相对移动. 在准经典近似下，给出了习见形式的相对移动的等效哈密顿量.

在研究原子核集体激发能谱时，解决问题的一个有效途径是恰当地选取与它们有直接关系的中肯自由度，并运用生成坐标方法加以处理. 作者们已在前文[1—4]中沿着这一方向作了详细的讨论. 为了把这种方法扩展到重离子碰撞问题，则必须具体考虑碰撞核的相对移动这个集体自由度. 在这个问题中遇到的困难，早已受到注意[5]. 并且进行过仔细的考查[6—8]. 本文指明了作者们前所发展的生成坐标方法正确地解决了这个问题，因此可以直接用来研究重离子碰撞.

为了突出地讨论碰撞核的相对移动这个集体自由度，本文中暂且不考虑其他集体自由度和单粒子自由度，同时还忽略了两个碰撞核内核子的不可区别性问题. 这些问题我们将在后续文章中进行讨论. 这样，使

$$|\Psi\rangle = \int d\boldsymbol{q} \exp\left[\frac{i}{\hbar}\left(\frac{A_{\rm II}}{A_{\rm I}+A_{\rm II}}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}_{\rm I} = \frac{A_{\rm I}}{A_{\rm I}+A_{\rm II}}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}_{\rm II}\right)\right] f(q)\,|\Phi_{\rm I}(\boldsymbol{x}_{\rm I})\Phi_{\rm II}(\boldsymbol{x}_{\rm II})\rangle \tag{1}$$

这里 $|\Phi_{\rm I}(\boldsymbol{x}_{\rm I})\rangle$, $|\Phi_{\rm II}(\boldsymbol{x}_{\rm II})\rangle$ 是碰撞核的壳模型波函数，核子填充到各自的费密能量，$\boldsymbol{x}_{\rm I}$, $\boldsymbol{x}_{\rm II}$ 是各自的势场中心的坐标；$\boldsymbol{P}_{\rm I}$, $\boldsymbol{P}_{\rm II}$ 是碰撞核的总动量；$\boldsymbol{q}_{\rm I}$, $\boldsymbol{q}_{\rm II}$ 是与之相应的数，为了保持系统的质心不动，已使

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{q}_{\rm I} &= \frac{A_{\rm II}}{A_{\rm I}+A_{\rm II}}\boldsymbol{q}, \\ \boldsymbol{q}_{\rm II} &= \frac{A_{\rm I}}{A_{\rm I}+A_{\rm II}}(-\boldsymbol{q}). \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

如 $\boldsymbol{x}_{\rm I} = \boldsymbol{x}_{\rm II}$, 则 $\boldsymbol{q}$ 表示两个碰撞核的相对坐标. 使

$$\boldsymbol{P} = \frac{A_{\rm I}A_{\rm II}}{A_{\rm I}+A_{\rm II}}\left(\frac{\boldsymbol{P}_{\rm I}}{A_{\rm I}} - \frac{\boldsymbol{P}_{\rm II}}{A_{\rm II}}\right) \tag{3}$$

本文1981年6月30日收到.

表示碰撞核的相对动量，则(1)式可写为

$$|\Psi\rangle = \int d\boldsymbol{q} \exp\left[\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}\right] f(q)\,|\Phi_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}})\Phi_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})\rangle \tag{4}$$

因为 $\boldsymbol{P}$ 是相对动量，对时间反演是奇的，相对动量的平均值必为零，

$$\langle\Phi_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}})\Phi_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})|\boldsymbol{P}|\Phi_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}})\Phi_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})\rangle = 0 \tag{5}$$

但是相对动量有涨落，故有零点能量，

$$\langle\Phi_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}})\Phi_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})|\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}|\Phi_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}})\Phi_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})\rangle = 3\hbar^2\kappa^2 \tag{6}$$

$\frac{3(\hbar\kappa)^2}{2M}$ 之值估计约为 $\left(\frac{A_{\mathrm{I}}A_{\mathrm{II}}}{A_{\mathrm{I}}+A_{\mathrm{II}}}\right)\frac{3\varepsilon_F}{5}$.

运用前文所发展的方法，可以直接求出等效哈密顿量 $\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{H}\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}$. 其中的 $\mathscr{N}$, $\mathscr{H}$（参看(III-25)(III-26)(III-27)(III-28)式）为[3]

$$\mathscr{N} = W\left\{\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\right\} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\mathscr{H} = W\Big\{&\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{4(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]H(q)\\ &\cdot\exp\left[-\frac{1}{4(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\Big\}\end{aligned} \tag{8}$$

$$H(q) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}\right]H\exp\left[\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}\right] \tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{p}} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{q}} \tag{10}$$

如果如前面所指出的那样，不考虑单粒子自由度，则在 $\mathscr{N}$ 及 $\mathscr{H}$ 中只需要考虑 $W^{(0)}\{\ \}$ 部分. 这样，$\mathscr{N}$ 是 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 的函数，$\mathscr{H}$ 是 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 及 $\boldsymbol{q}$ 的函数，均与单粒子算子无关.

现在把 $\mathscr{H}$ 中收缩后的结果区分为与 $H(q)$ 相连接的以及与 $H(q)$ 不相连接的两部分，并略去因 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 与 $\boldsymbol{q}$ 不能互易而给出的项目，则

$$\begin{aligned}\mathscr{H} = \mathscr{N}^{\frac{1}{2}}W^{(0)}\Big\{&\exp\left[-\frac{1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{4(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]H(q)\\ &\cdot\exp\left[\frac{-1}{4(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\Big\}_L\mathscr{N}^{\frac{1}{2}}\end{aligned} \tag{11}$$

这样，求得重离子碰撞中相对移动的等效哈密顿量为

$$\begin{aligned}\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{H}\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}} = W^{(0)}\Big\{&\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{4(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]H(q)\\ &\cdot\exp\left[\frac{-1}{4(\hbar\kappa)^2}\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{P}\right]\exp\left[\frac{-1}{2(\hbar\kappa)^2}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{P}\right]\Big\}_L\end{aligned} \tag{12}$$

因 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 和 $\boldsymbol{q}$ 不能互易而给出的项目与

$$\frac{1}{\kappa}\frac{\partial H(q)}{\partial\boldsymbol{q}} \tag{13}$$

有关，在重离子碰撞中，一般有

$$\left|\frac{1}{\kappa}\frac{\partial H(q)}{\partial \boldsymbol{q}}\right| \ll |H(q)| \tag{14}$$

所以这些项目是可以略去的，(12) 式是能够成立的.

现在把

$$\left.\begin{aligned} H &= H_{\rm I} + H_{\rm II} + V_{\rm I-II} + \frac{\boldsymbol{P}^2}{2\mu} \\ H(q) &= H_{\rm I} + H_{\rm II} + V_{\rm I-II}(q) + \frac{\boldsymbol{P}^2}{2\mu} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

代人 (12) 式，具体算出

$$\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{H}\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}} \approx W^{(0)}\{H_{\rm I} + H_{\rm II}\} - \frac{(\hbar\kappa)^2}{2\mu} + W^{(0)}\{V_{\rm I-II}(q)\} + \frac{\hat{\boldsymbol{p}}^2}{2\mu} \tag{16}$$

这里只保留了两个 $\boldsymbol{P}$ 直接收缩所给出的项目. 如有两个 $\boldsymbol{P}$ 参与非直接收缩，则因对费密能以下的单粒子态求和只作为一个中间态来求和，少给出了一个因子 $(A_{\rm I} + A_{\rm II})$. 因此，如有两个 $\boldsymbol{P}$ 参与非直接收缩，就伴随着出现一个因子，它小于 $4^{-1}(\hbar\kappa)^{-2}\langle\hat{\boldsymbol{p}}^2\rangle(A_{\rm I} + A_{\rm II})^{-1}$. 假定重离子的入射能量是每个核子 10MeV，则

$$\frac{1}{2M}\langle\hat{\boldsymbol{p}}^2\rangle \approx \left(\frac{A_{\rm I}A_{\rm II}}{A_{\rm I} + A_{\rm II}}\right)^2 \cdot 10\text{MeV}, \tag{17}$$

故

$$\frac{\langle\hat{\boldsymbol{p}}^2\rangle}{4(\hbar\kappa)^2} \cdot \frac{1}{(A_{\rm I} + A_{\rm II})}\frac{A_{\rm I}A_{\rm II}}{4(A_{\rm I} + A_{\rm II})^2}\frac{50}{\varepsilon_F} \ll 1 \tag{18}$$

故在这样的条件下可以只保留两个 $\boldsymbol{P}$ 直接收缩所给出的项目.

上面的结果是忽略单粒子自由度以后得到的. 实际上单粒子自由度的存在，并不影响相对移动这个集体自由度部份. 因为 $W^{(0)}\{\ \}_L$ 只是 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 及 $\boldsymbol{q}$ 的函数，与单粒子算子无关，故仍可以有 (11) 式. 当然，对于单粒子运动与相对移动耦合的部份，不能像 (11) 式那样处理.

综上所述，可以看到在导出(16)式的过程中，用到了下述两个近似：(1) 假定因 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 及 $\boldsymbol{q}$ 不能互易而给出的项目 $\frac{1}{\kappa}\frac{\partial H(q)}{\partial \boldsymbol{q}}$，其值远小于 $H(q)$ 之值，在重离子碰撞中，这种准经典近似是能够成立的；(2) 假定因两个 $\boldsymbol{P}$ 参与非直接收缩而出现的因子远小于 1，只要重离子的入射能量不很高，这也是能够成立的. 因此，作者们在前文中所发展的生成坐标方法可以同样用来处理重离子碰撞中的相对移动问题. 在前述近似假定下，所求得的关于相对移动的等效哈密顿量具有习见的形式.

参　考　文　献

[1] 徐躬耦，中国科学，1974 年第 6 期 567 页.
[2] 徐躬耦，王顺金，刘敦桓，杨亚天，毛铭德，物理学报，**25**(1976), 226.
[3] 徐躬耦，杨亚天，王顺金，中国科学，1981 年第 4 期 427 页.
[4] 徐躬耦，高能物理与核物理，**5**(1981), 358.
[5] R. E. Peierls and J. Yoccoz, *Proc. Phys. Soc.*, **A70** (1957). 381.
[6] R. E. Peierls and D. J. Thouless, *Nucl. Phys.*, **38** (1962), 154.

[7] R. E. Peierls, *Proc. Roy. Soc.*, **A333**(1973), 157.
[8] B. Atalay, A. Mann and R. E. Peierls, *Proc. Roy. Soc.*, **A335** (1973), 251.

THE GENERATOR COORDINATE METHOD AND NUCLEAR COLLECTIVE MOTIONS V. THE RELATIVE TRANSLATIONAL MOTION IN HEAVY-ION COLLIONS

XU GONG-OU WANG SHUN-JIN
(*Lanzhou University*)

ABSTRACT

It is shown that the generator coordinate method previously developed for studying nuclear collective excitation spectra can also be applied to investigate the relative translational motion in heavy-ion collsions. The effective hamiltonion for such motion in familiar form is obtained under quasi-classical approximation.