

用核物质近似计算半微观光学势

II. 非对称核物质情况

申庆彪 田野 马中玉 张竞上 卓益忠

(中国科学院原子能研究所)

摘 要

本文把在前文 I 中所提出的用核物质近似计算半微观光学势的方法推广到非对称核物质情况,并通过对 ^{208}Pb 等核素的计算比较了 SH 到 SVI 五种核力参数的好坏和适用范围,分析了光学势随非对称参数 α 的变化规律。计算结果表明在对称核物质情况下所得到的结论在非对称核物质情况下仍然适用。

一、引 言

我们在前文 I^[1] (以后简称 I) 中提出了一种用核物质近似计算半微观光学势的方法,应用 Skyrme 有效相互作用计算了一级和二级质量算符,然后采用定域密度近似来得到有限核的实部光学势和虚部光学势。但是在该文中假设核物质的中子数和质子数相等,即属于对称核物质,同时又假设自旋是饱和的,因而只能计算 $N=Z$ 的偶偶靶核的光学势。本文把这种方法推广到非对称核物质情况,使之能适用于 $N \neq Z$ 的偶偶靶核光学势的计算。下面在第二节中给出光学势的计算公式,在第三节中给出计算结果及分析。

二、光学势的计算公式

在对称核物质的费米气体模型中费米动量 K_F 与核物质密度 ρ 的关系式为:

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} K_F^3, \quad (1)$$

对非对称核物质假设中子和质子具有不同的费米动量 K_n 和 K_p , 它们与核物质内中子密度 ρ_n 和质子密度 ρ_p 的关系分别为:

$$\rho_n = \frac{1}{3\pi^2} K_n^3; \quad \rho_p = \frac{1}{3\pi^2} K_p^3. \quad (2)$$

定义非对称参数:

$$\alpha = (\rho_n - \rho_p) / \rho. \quad (3)$$

可以求得:

$$\rho_n = \frac{1}{2} (1 + \alpha) \rho, \quad \rho_p = \frac{1}{2} (1 - \alpha) \rho, \quad (4)$$

$$K_n = (1 + \alpha)^{1/3} K_F, \quad K_p = (1 - \alpha)^{1/3} K_F. \quad (5)$$

我们的目的是在非对称核物质近似下研究偶偶靶核的微观光学势。用 I 所给出的 Skyrme 相互作用和波函数求出矩阵元 $V_{\alpha\rho, \alpha\rho}$ 和 $W_{\alpha\rho\delta, \alpha\rho\delta}$ ，代入一级质量算符 $M_{\alpha\alpha}^{(1)}$ 的表达式，求得在非对称核物质中核子的实部光学势为：

$$\begin{aligned} V_{\tau_\alpha} = & t_0 \left[\left(1 + \frac{x_0}{2}\right) \rho - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_\alpha} \right] + \frac{1}{4} (t_1 + t_2) K_\alpha^2 \rho \\ & - \frac{1}{8} (t_1 - t_2) K_\alpha^2 \rho_{\tau_\alpha} + \frac{1}{40\pi^2} (t_1 + 3t_2) K_\alpha^3 \\ & + \frac{1}{20\pi^2} (t_1 + t_2) (2K_F^3 - K_\alpha^3)^{5/3} + \frac{1}{4} t_3 (\rho^2 - \rho_{\tau_\alpha}^2), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 K_α^2 由下式给出：

$$K_\alpha^2 = \frac{2m_{\tau_\alpha}}{\hbar^2} \left(\frac{M}{M + m_{\tau_\alpha}} E_L - V_{\tau_\alpha} - V_c \right), \quad (7)$$

m_{τ_α} 和 M 分别是入射核子和靶核的质量， E_L 是实验室系入射核子能量， V_c 是库仑位，中子入射时 $V_c = 0$ 。根据(6)式还可以得到有效质量 $m_{\tau_\alpha}^*$ 的表达式：

$$\frac{m_{\tau_\alpha}^*}{m_{\tau_\alpha}} = \frac{1}{1 + \frac{2m_{\tau_\alpha}}{\hbar^2} \left[\frac{1}{4} (t_1 + t_2) \rho - \frac{1}{8} (t_1 - t_2) \rho_{\tau_\alpha} \right]}. \quad (8)$$

利用(7)式和(8)式可以把(6)式改写成：

$$\begin{aligned} V_{\tau_\alpha} = & \frac{m_{\tau_\alpha}^*}{m_{\tau_\alpha}} \left\{ t_0 \left[\left(1 + \frac{x_0}{2}\right) \rho - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_{\tau_\alpha} \right] \right. \\ & + \left[\frac{1}{4} (t_1 + t_2) \rho - \frac{1}{8} (t_1 - t_2) \rho_{\tau_\alpha} \right] \frac{2m_{\tau_\alpha}}{\hbar^2} \left(\frac{M}{M + m_{\tau_\alpha}} E_L - V_c \right) \\ & + \frac{1}{40\pi^2} (t_1 + 3t_2) K_\alpha^3 + \frac{1}{20\pi^2} (t_1 + t_2) (2K_F^3 - K_\alpha^3)^{5/3} \\ & \left. + \frac{1}{4} t_3 (\rho^2 - \rho_{\tau_\alpha}^2) \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

由上式可以清楚地看出实部势和入射粒子能量 E_L 成线性关系。

利用主值积分公式：

$$\frac{1}{x + i\eta} = \mathcal{P} \frac{1}{x} - i\pi\delta(x), \quad (10)$$

由 I 所给出的二级质量算符 $M_{\alpha\alpha}(E)$ 可求出光学势的虚部。求得 I 中图 1(b) 的前四个二级图对虚部光学势的贡献为：

$$\begin{aligned} W_A = & -\frac{1}{64\pi^5} \sum_{i=1}^7 W_i \quad (11) \\ W_1 = & 2 \left[(1 + x_0 + x_0^2) t_0^2 + \left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) t_0 t_3 \rho + \frac{1}{4} t_3^2 \rho^2 \right] [I_1(\tau_\alpha, n) + I_1(\tau_\alpha, \rho)] \\ & - \left[(1 + 4x_0 + x_0^2) t_0^2 + (1 + 2x_0) t_0 t_3 \rho + \frac{1}{4} t_3^2 \rho^2 \right] I_1(\tau_\alpha, \tau_\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_2 &= \frac{t_1}{2} \left\{ 2 \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_0 \right) t_0 + \frac{1}{2} t_3 \rho \right] [I_2(\tau_\alpha, n) + I_2(\tau_\alpha, \rho)] \right. \\
&\quad \left. - \left[(1 + 2x_0) t_0 + \frac{1}{2} t_3 \rho \right] I_2(\tau_\alpha, \tau_\alpha) \right\} \\
W_3 &= \frac{t_1^2}{16} \{ 2 [I_3(\tau_\alpha, n) + I_3(\tau_\alpha, \rho)] - I_3(\tau_\alpha, \tau_\alpha) \} \\
W_4 &= t_2 \left[\left(1 + \frac{x_0}{2} \right) t_0 + \frac{1}{2} t_3 \rho \right] [I_4(\tau_\alpha, n) + I_4(\tau_\alpha, \rho)] \\
W_5 &= \frac{t_1 t_2}{4} [I_5(\tau_\alpha, n) + I_5(\tau_\alpha, \rho)] \\
W_6 &= \frac{t_2^2}{16} \{ 2 [I_6(\tau_\alpha, n) + I_6(\tau_\alpha, \rho)] + I_6(\tau_\alpha, \tau_\alpha) \} \\
W_7 &= \frac{w_0^2}{4} [I_7(\tau_\alpha, n) + I_7(\tau_\alpha, \rho) + I_7(\tau_\alpha, \tau_\alpha)]
\end{aligned} \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned}
I_i(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \int d\mathbf{K}_\mu d\mathbf{K}_\lambda d\mathbf{K}_\nu f_i(\mathbf{K}_\alpha, \mathbf{K}_\mu, \mathbf{K}_\lambda, \mathbf{K}_\nu) \delta(E + \varepsilon_\mu \\
&\quad - \varepsilon_\lambda - \varepsilon_\nu) \delta(\mathbf{K}_\alpha + \mathbf{K}_\mu - \mathbf{K}_\lambda - \mathbf{K}_\nu)
\end{aligned} \tag{13}$$

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = \frac{1}{2} (\mathbf{K}_{\alpha\mu}^2 + \mathbf{K}_{\lambda\nu}^2)$$

$$f_3 = \frac{1}{4} (\mathbf{K}_{\alpha\mu}^2 + \mathbf{K}_{\lambda\nu}^2)^2$$

$$f_4 = \mathbf{K}_{\alpha\mu} \cdot \mathbf{K}_{\lambda\nu} \tag{14}$$

$$f_5 = \frac{1}{2} (\mathbf{K}_{\alpha\mu}^2 + \mathbf{K}_{\lambda\nu}^2) (\mathbf{K}_{\alpha\mu} \cdot \mathbf{K}_{\lambda\nu})$$

$$f_6 = (\mathbf{K}_{\alpha\mu} \cdot \mathbf{K}_{\lambda\nu})^2$$

$$f_7 = (\mathbf{K}_{\alpha\mu} \cdot \mathbf{K}_{\lambda\nu})^2$$

$$\mathbf{K}_{\alpha\mu} = \mathbf{K}_\alpha - \mathbf{K}_\mu \quad \mathbf{K}_{\lambda\nu} = \mathbf{K}_\lambda - \mathbf{K}_\nu \tag{15}$$

(13)式的积分限要求 $K_\mu \leq K_{\tau_\mu}$, $K_\lambda \geq K_{\tau_\alpha}$ 和 $K_\nu \geq K_{\tau_\mu}$, 而且 $\tau_\lambda = \tau_\alpha$ 和 $\tau_\nu = \tau_\mu$. 该积分已用解析方法求出(见附录).

我们知道非对称参数 α 是个小量, 因而非对称核物质近似相对 $\alpha = 0$ 的对称核物质近似只是个小量修正, 而通过 1 的数值计算表明第五个二级图的贡献与前四个二级图的贡献相比是个小量, 因而为了便于计算在这里第五个二级图对虚部势的贡献仍然用对称核物质近似下的结果.

为了得到有限核的光学势, 我们引入定域密度近似. 假定中子和质子在球形核中的密度分布具有相同的几何形状, 并采用 Negele^[2] 所给出的如下形式的经验公式:

$$\rho_K(r) = \frac{\rho_{0K}}{1 + \exp[(r - c)/a]} \quad K = N \text{ 或 } Z \tag{16}$$

其中

$$\rho_{0K} = \frac{3K}{4\pi c^3(1 + \pi^2 a^2/c^2)} \quad K = N \text{ 或 } Z \tag{17}$$

$$c = (0.978 + 0.0206A^{1/3})A^{1/3} \quad a = 0.54 \quad (18)$$

在这种情况下由(3)式可以求得:

$$\alpha = (N - Z)/A \quad (19)$$

三、计算结果及分析

我们仍然选用 SkyrmeII-SkyrmeVI 五套参数对 ^{208}Pb 等偶偶核进行计算。首先比较了用五种核力参数所计算的 ^{208}Pb 的原子核中心 $m_{\tau\alpha}^*(0)/m_{\tau\alpha}$ 的数值, 其结果见表 1。可以看出 ^{208}Pb 的计算结果与 I 中 ^{40}Ca 相应的计算结果比较接近, 但是对于 $N > Z$ 的偶偶核来说 $m_n^*(0)/m_n$ 大于 $m_p^*(0)/m_p$ 。

表 1 ^{208}Pb 的 $m_{\tau\alpha}^*(0)/m_{\tau\alpha}$ 计算结果表

核力参数	SII	SIII	SIV	SV	SVI
中子	0.570	0.765	0.460	0.377	0.982
质子	0.530	0.708	0.430	0.353	0.904

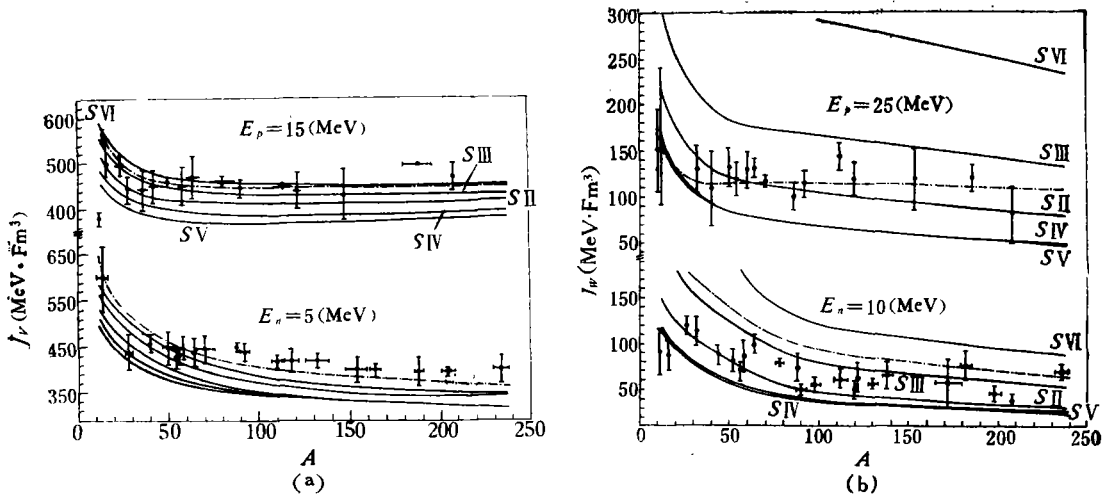


图 1 每个核子光学势的体积积分与质量数 A 的关系

(a) 实部势 (b) 虚部势

— 不同 Skyrme 力参数的计算结果;

--- 唯象势^[3]的计算结果;

⊠ 经验值, (a) 取自参考文献[4], (b) 取自参考文献[5].

下面分析在 I 中所定义的一个核子的实部势体积积分 J_v 和虚部势体积积分 J_w 的计算结果。我们用 SII-SVI 和 Greenlees 等人所给出的唯象势^[3] 计算了 $A = 12-238$ 一些天然存在的丰度大或寿命长的偶偶核中子能量为 5MeV、质子能量为 15MeV 的 J_v (图 1(a)) 和中子能量为 10MeV、质子能量为 25MeV 的 J_w (图 1(b)), 并与经验值^[4,5] 进行了比

表 2 ^{208}Pb 的 $f_{r_a}(0)$ 计算结果表

核力参数	SII	SIII	SIV	SV	SVI
中子	0.428	0.234	0.537	0.623	0.018
质子	0.467	0.290	0.568	0.644	0.096

较。由于对 A 相同而 Z 不同的核素所计算的光学势也有些差别，图 1 的理论曲线是通过拟合光滑连接出来的。由图 1(a) 可以看出用五种核力参数所计算的实部势的 J_V 比较相近，但是当 A 较大时一般都略低于经验值和唯象势的计算结果。从这方面看五种核力参数的计算结果从大到小，也就是从好到差的排列顺序是 VI、III、II、IV、V。由图 1(b) 可以看出用五种核力参数所计算的虚部势的 J_W 相差较大，只有 SII 和经验值符合较好。而且由图 1 可以看出当 A 较大时 J_V 和 J_W 随 A 变化很缓慢。对 J_V 和 J_W 数值的大小可做和对称核物质情况相同的分析，都是取决于 $m_{\tau_a}^*/m_{\tau_a}$ 的大小和 t_0 与 t_3 相抵消的情况。

为了分析实部势和能量 E_L 的关系，可根据 (16) 式把 (9) 式所给出的实部势改写成：

$$V_{r_a}(r) = - \frac{v_{r_a}(r) - f_{r_a}(r)E_L}{1 + \exp[(r - c)/0.54]} \quad (20)$$

我们对 ^{208}Pb 计算了靶核中心的 $f_{r_a}(0)$ ，其结果见表 2。从计算结果看出用五种核力参数所计算的实部势的绝对值都是随能量增加而减小，这和唯象势的趋势是一致的，但是对于 $N > Z$ 的偶偶核来说 $f_p(0)$ 大于 $f_n(0)$ 。又可以看出其中用 SII 和 SIII 计算的 $f_{r_a}(0)$ 和唯象势的系数 0.32 比较接近。我们还用五种核力参数和唯象势计算了

^{208}Pb 的 0—100MeV 中子的 J_V (图 2(a)) 和 J_W (图 2(b))。由图 2(a) 所得到的结论和由分析 $f_{r_a}(0)$ 所得到的结论是一致的，但 SIII 比 SII 更接近唯象势的结果。由图 2(b) 看出用 Skyrme 相互作用所计算的 J_W 都是随能量增加而增加，和唯象势相比在低能段用 Skyrme 相互作用所计算的 J_W 过低，而 SVI 和 SIII 的 J_W 随能量增加又过快。这种随能量变化的斜率的大小也是取决于 $m_{\tau_a}^*/m_{\tau_a}$ 的大小和 t_0 与 t_3 相抵消的情况。由图 2 看到 SII 在十到几十 MeV 之间实部势和虚部势都和唯象势比较相近。

我们还计算了 ^{90}Kr 、 ^{90}Sr 、 ^{90}Zr 和 ^{90}Mo 四个 $A = 90$ 的原子核 20MeV 中子和质子的 J_V 和 J_W ，并分析了它们随非对称参数 α 的变化(图 3)。可以看出用 Skyrme 相互作用所计算的 J_V 和 J_W 基本上和 α 成线性关系，并且对质子都随 α 增大而减小(图 3(a))，对质子一般都随 α 增大而增大，只有 SV 的 J_V 随 α 增大略有下降以及 SIV 的 J_V 基本不随 α 变

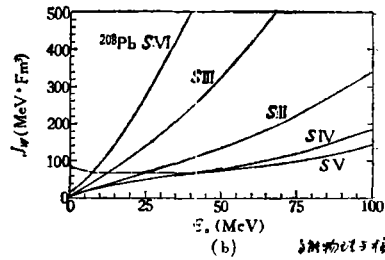
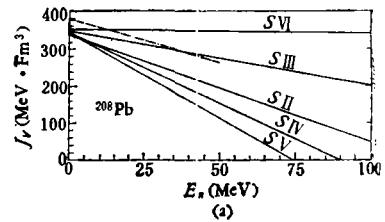


图 2 每个核子光学势的体积分随入射中子能量 E_n 的变化关系

(a) 实部势 (b) 虚部势

—— 不同 Skyrme 力参数的计算结果；
- - - 唯象势^[3]的计算结果。

化(图 3(b)). 以上趋势和唯象势是一致的, 但是和唯象势相比 SIV 和 SV 的 J_V 随 α 变化的速率过小, SIII 和 SVI 的 J_W 随 α 变化的速率过大, 只有 SII 的 J_V 和 J_W 随 α 的变化速率都比较接近唯象势. 这些变化快慢的原因与上面相同.

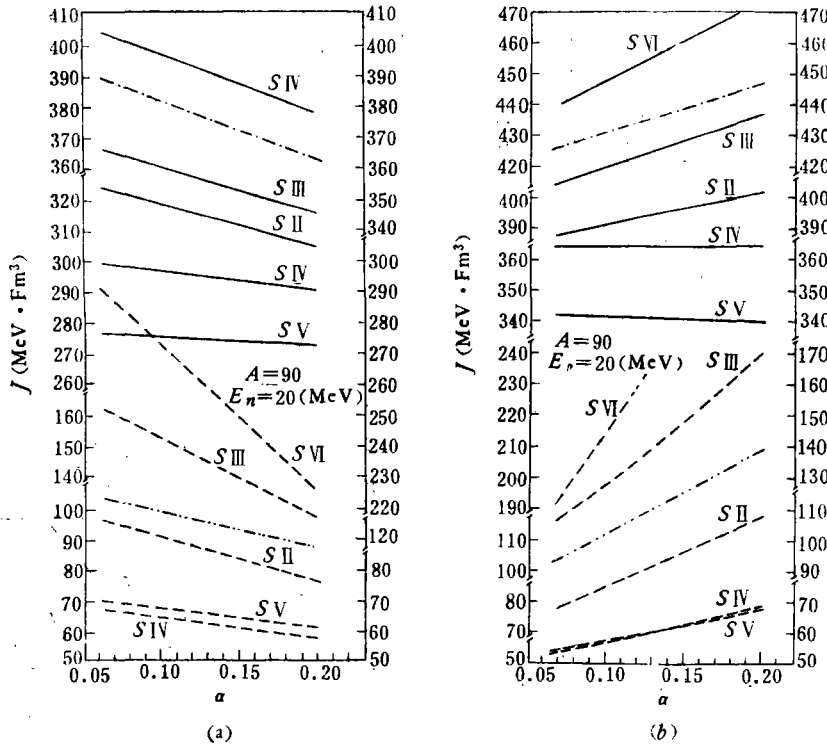


图 3 $A = 90$ 的原子核每个核子光学势的体积分与非对称参数 α 的关系

(a) 20MeV 的中子 (b) 20MeV 的质子

—— 不同 Skyrme 力参数的实部势; - - - - 唯象实部势;
 —— 不同 Skyrme 力参数的虚部势; - - - - 唯象虚部势.

在图 4(a) 和图 4(b) 中分别给出了用五种核力参数计算的 ^{208}Pb 20MeV 中子实部光学势和虚部光学势, 并与唯象势进行了比较. 由图 4(a) 看出用 Skyrme 相互作用所计算的实部势仍然都出现了表面型成份, 其原因与对称核物质情况相同. 由图 4(b) 看出用 Skyrme 相互作用所计算的虚部势仍然都包含面吸收型成份, 这与唯象势是一致的, 但只有 SII 和唯象势比较接近.

在图 5(a) 和图 5(b) 中分别给出了用 SII 所计算的 ^{58}Ni 多种能量中子的实部势和虚部势. 由图 5(a) 看出随着能量增加我们所计算的实部势的深度变浅, 而且表面型成份越来越突出, 这种趋势和用 t -矩阵所计算的 ^{58}Ni 的实部势^[6] 是一致的. 由图 5(b) 又可以看出我们所计算的虚部势当能量较低时面吸收型为主, 当能量较高时便主要是体吸收型了, 这种趋势和唯象势是一致的, 和用 t -矩阵所计算的 ^{58}Ni 的虚部势^[6] 也是一致的. 但是我们用 SII 所计算的实部势和虚部势均随能量变化过快, 因而到几十 MeV 以上就不再适用了.

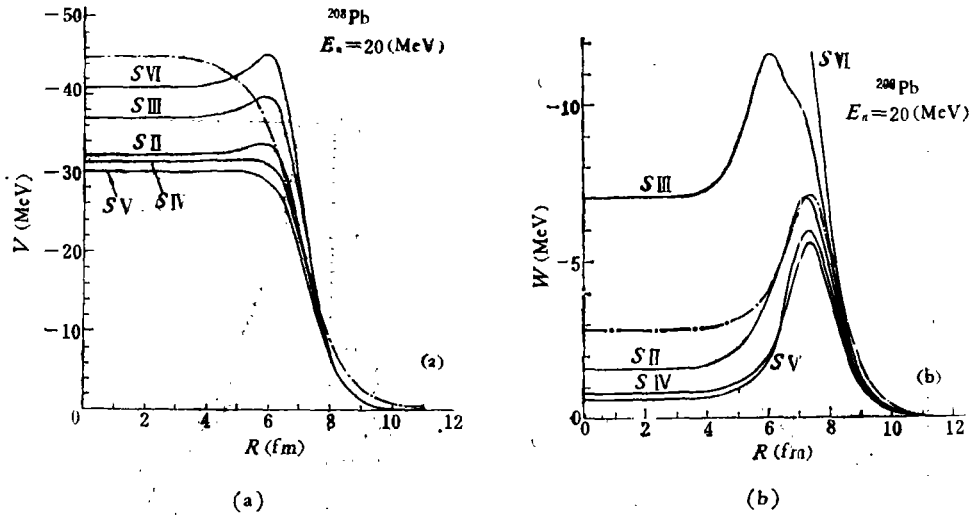


图 4 ^{208}Pb 的 20MeV 中子光学势的径向关系

(a) 实部势 (b) 虚部势

—— 不同 Skyrme 力参数的计算结果;

--- 唯象光学势^[3].

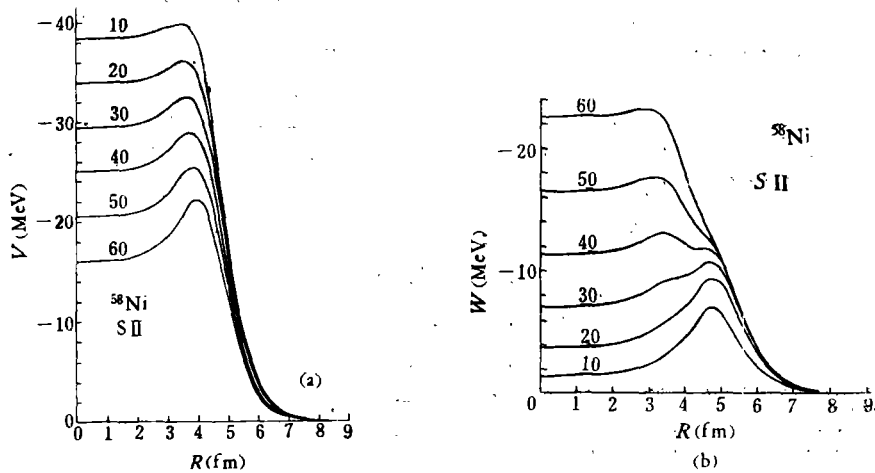


图 5 用 SII 计算的 ^{58}Ni 不同能量的中子光学势

(a) 实部势 (b) 虚部势

图 6 和图 7 给出了用由 SII 得到的光学势 (自旋-轨道耦合势用唯象的代替) 和唯象势所计算的 ^{208}Pb 14.5MeV 中子和 30.3MeV 质子的弹性散射角分布并与实验数据^[7,8] 进行了比较, 可以看出用由 SII 计算的光学势得到的曲线和实验符合略差一些, 但是我们的结果比在“核结构近似”中用 SIII 和 SIV 得到的计算结果^[9] 要好一些。

我们还用 SII 对 ^{208}Pb 比较了五个二级图对中子虚部势的贡献大小, 计算结果仍然表明四个 $2p-1h$ 的二级图对虚部势贡献的绝对值相差不大, 对 ^{208}Pb 我们仍然发现由第五个二级图所计算的虚部势 $W_B(r)$ 的峰值和由四个 $2p-1h$ 图所计算的虚部势 $W_A(r)$ 的峰值

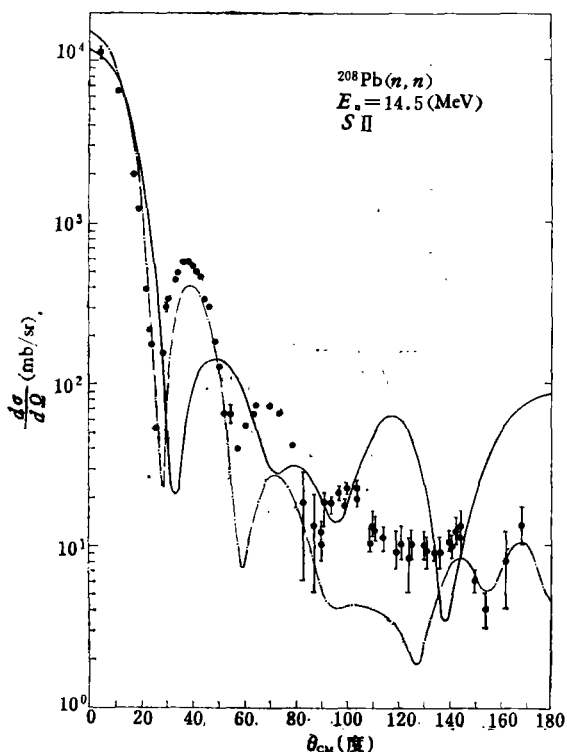


图6 ^{208}Pb 14.5MeV 中子弹性散射角分布的理论值和实验值的比较

— SII 的计算结果;
 - - - 唯象势^[3]的计算结果;
 ⊠ 实验数据^[7].

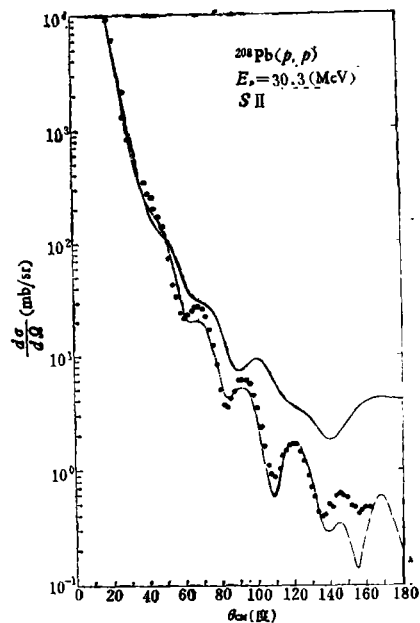


图7 ^{208}Pb 30.3MeV 质子弹性散射角分布的理论值和实验值的比较

— SII 的计算结果;
 - - - 唯象势^[3]的计算结果;
 ⊠ 实验数据^[8].

相比是比较小的,例如对中子光学势来说:

$$\frac{W_B}{W_A} \sim \begin{cases} 0.016 & E_n = 10\text{MeV} \\ 0.074 & E_n = 40\text{MeV} \\ 0.107 & E_n = 100\text{MeV} \end{cases}$$

以上结果和由对称核物质情况所得到的结果是一致的。

通过以上分析表明对于非对称核物质情况在 I 中所提出的用核物质近似计算半微观光学势的方法仍然是一种相当简便的方法,而且得到了和唯象势一致的光学势随非对称参数 α 的变化规律,并且从计算结果看出在对称核物质情况下所得到的结论在非对称核物质情况下仍然适用。

附录 关于 $2p-1h$ 图的动量积分方法和结果

1. 在中子和质子的有效质量相等的近似下非对称核物质情况

利用有效质量粒子或空穴的能量 ε_i 可以写成:

$$\varepsilon_i = \frac{\hbar^2 K_i^2}{2m_{r_i}^*} - \Delta_{r_i} \quad (\text{B1})$$

$\Delta \tau_i$ 为常数, 这时由于 $\tau_1 = \tau_a$ 和 $\tau_2 = \tau_\mu$, 正文(13)式中能量守恒的 δ 函数可以化成:

$$\delta(E + \varepsilon_\mu - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \delta\left(\frac{\hbar^2 K_a^2}{2m_{\tau_a}^*} + \frac{\hbar^2 K_\mu^2}{2m_{\tau_\mu}^*} - \frac{\hbar^2 K_1^2}{2m_{\tau_a}^*} - \frac{\hbar^2 K_2^2}{2m_{\tau_\mu}^*}\right) \quad (B2)$$

利用正文(4)式由正文(8)式可以求得:

$$\frac{m_n^*}{m_n} = \frac{1}{1 + \frac{1}{16} [3t_1 + 5t_2 - (t_1 - t_2)\alpha] \frac{2m_n}{\hbar^2} \rho} \quad (B3)$$

$$\frac{m_p^*}{m_p} = \frac{1}{1 + \frac{1}{16} [3t_1 + 5t_2 + (t_1 - t_2)\alpha] \frac{2m_p}{\hbar^2} \rho}$$

由于 α 是个小量, 因而 m_n^* 和 m_p^* 之差也是个量, 数值估算结果表明 m_n^* 和 m_p^* 只相差百分之几, 为此我们引入假定中子和质子的有效质量相等的近似, 这时正文(13)式的 $I_1(\tau_a, \tau_\mu)$ 化成:

$$I_1(\tau_a, \tau_\mu) = \frac{2m^*}{\hbar^2} \int dK_\mu dK_1 dK_2 \delta(K_a^2 + K_\mu^2 - K_1^2 - K_2^2) \delta(K_a + K_\mu - K_1 - K_2) \quad (B4)$$

积分限要求 $K_\mu \leq K_{\tau_\mu}$, $K_1 \geq K_{\tau_a}$ 和 $K_2 \geq K_{\tau_\mu}$. 在正文(13)式的积分中非对称核物质和对称核物质相比不同之点一是由于中子和质子的费米动量不同, 一是由于中子和质子有效质量不同, 在这里相当于我们暂且只考虑了中子和质子的费米动量不同. 做变量变换:

$$p = K_1 + K_2$$

$$K = \frac{1}{2}(K_1 - K_2) \quad (B5)$$

由动量守恒的 δ 函数可去掉对 p 的积分, 再令

$$K_0 = \frac{1}{2}(K_a - K_\mu) \quad (B6)$$

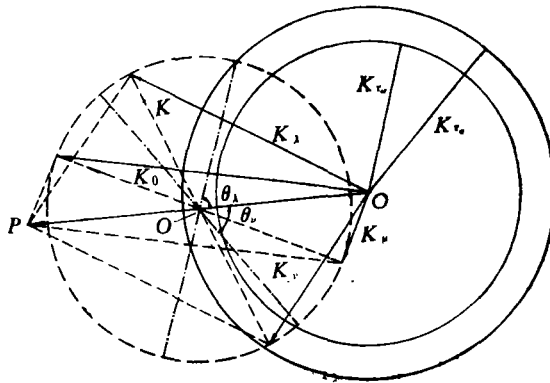


图 B1 在泡利原理限制下做中子和质子有效质量相等的近似后的非对称核物质的运动学关系图

利用图 B1 可以证明:

$$K_a^2 + K_\mu^2 - K_1^2 - K_2^2 = 2(K_0^2 - K^2) \quad (B7)$$

于是可把(B4)式化成:

$$I_1(\tau_a, \tau_\mu) = \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{\pi}{2} \int dK_\mu K_0 (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \quad (B8)$$

其中

$$\cos \theta_1 = \frac{K_a^2 + K_\mu^2 - 2K_{\tau_a}^2}{2K_0 |K_a + K_\mu|} \quad \cos \theta_2 = \frac{K_a^2 + K_\mu^2 - 2K_{\tau_\mu}^2}{2K_0 |K_a + K_\mu|} \quad (B9)$$

由于要求 $K_\mu \leq K_{\tau_\mu}^2$, $K_\mu \geq K_{\tau_\mu}^2$ 和 $K_\mu^2 \geq K_{\tau_\mu}^2$, 因而要求满足:

$$K_\mu^2 \geq K_{\tau_\mu}^2 \geq \begin{cases} 0 & \text{当 } K_\alpha^2 \geq K_{\tau_\alpha}^2 + K_{\tau_\mu}^2 \text{ 时} \\ K_{\tau_\alpha}^2 + K_{\tau_\mu}^2 - K_\alpha^2 & \text{当 } K_\alpha^2 < K_{\tau_\alpha}^2 + K_{\tau_\mu}^2 \text{ 时} \end{cases} \quad (B10)$$

最后由 (B8) 式可以求得 $I_1(\tau_\alpha, \tau_\mu)$, 其他积分也可以用类似的方法通过比较复杂的运算求得, 其结果如下:

$$\begin{aligned} I_1(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{2\pi^2}{15K_\alpha} [(5A_0 + 3K_{\tau_\mu}^2)K_{\tau_\mu}^2 + 2(-A_0)^{3/2}\Theta(-A_0)] \\ I_2(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{2\pi^2}{105K_\alpha} \{ [35A_0K_\alpha^2 + 7(5A_0 + 3K_\alpha^2)K_{\tau_\mu}^2 + 25K_{\tau_\mu}^4]K_{\tau_\mu}^2 \\ &\quad + 2(7K_\alpha^2 - 5A_0)(-A_0)^{3/2}\Theta(-A_0) \} \\ I_3(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{2\pi^2}{945K_\alpha} \{ [315A_0K_\alpha^2 + 63(14A_0 + 3K_\alpha^2)K_\alpha^2K_{\tau_\mu}^2 \\ &\quad + 9(43A_0 + 70K_\alpha^2)K_{\tau_\mu}^4 + 301K_{\tau_\mu}^6]K_{\tau_\mu}^2 \\ &\quad + 2(63K_\alpha^4 - 126A_0K_\alpha^2 + 43A_0^2)(-A_0)^{3/2}\Theta(-A_0) \} \\ I_4(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{2\pi^2}{15K_\alpha} (K_{\tau_\alpha}^2 - K_{\tau_\mu}^2) [(5A_0 + 3K_{\tau_\mu}^2)K_{\tau_\mu}^2 + 2(-A_0)^{3/2}\Theta(-A_0)] \\ I_5(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{2\pi^2}{105K_\alpha} (K_{\tau_\alpha}^2 - K_{\tau_\mu}^2) \{ [35A_0K_\alpha^2 + 21(3A_0 + K_\alpha^2)K_{\tau_\mu}^2 \\ &\quad + 45K_{\tau_\mu}^4]K_{\tau_\mu}^2 + 2(7K_\alpha^2 - 9A_0)(-A_0)^{3/2}\Theta(-A_0) \} \\ I_6(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= \frac{2m^*}{\hbar^2} \frac{2\pi^2}{945K_\alpha} \{ [105A_0A_1 + 63(2A_0^2 + 4K_\alpha^2A_0 + A_1)K_{\tau_\mu}^2 \\ &\quad + 9(59A_0 + 20K_\alpha^2)K_{\tau_\mu}^4 + 343K_{\tau_\mu}^6]K_{\tau_\mu}^2 \\ &\quad + 2(21A_1 + 31A_0^2 - 36K_\alpha^2A_0)(-A_0)^{3/2}\Theta(-A_0) \} \\ I_7(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= I_3(\tau_\alpha, \tau_\mu) - I_6(\tau_\alpha, \tau_\mu) \end{aligned} \quad (B11)$$

其中

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{当 } x \geq 0 \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } x < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (B12)$$

$$A_0 = K_\alpha^2 - K_{\tau_\alpha}^2 - K_{\tau_\mu}^2, \quad A_1 = A_0^2 + 3(K_{\tau_\alpha}^2 - K_{\tau_\mu}^2)^2 \quad (B13)$$

由 (B11) 可以看出 $I_4(\tau_\alpha, \tau_\mu)$ 和 $I_5(\tau_\alpha, \tau_\mu)$ 都正比于 $(K_{\tau_\alpha}^2 - K_{\tau_\mu}^2)$, 因而对于非对称核物质来说在这里它们不等于零只是由于中子和质子费米动量不同所引起的。而且若令 $K_{\tau_\alpha} = K_{\tau_\mu} = K_F$, (B11) 式自动退化到 I 中所给出的对称核物质相应的结果。

2. 非对称核物质情况

下面在同时考虑中子和质子费米动量不同和有效质量不同的情况下研究正文(13)式的积分。令

$$\beta_{\tau_\alpha} = \frac{\hbar^2}{2m_{\tau_\alpha}^*}, \quad \beta_{\tau_\mu} = \frac{\hbar^2}{2m_{\tau_\mu}^*} \quad (B14)$$

再做 (B5) 式所给出的变量变换, 并由动量守恒的 δ 函数去掉对 \mathbf{p} 的积分, 正文(13)式的 $I_1(\tau_\alpha, \tau_\mu)$ 化成:

$$I_1(\tau_\alpha, \tau_\mu) = \int dK_\alpha dK \delta(\beta_{\tau_\alpha} K_\alpha^2 + \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2 - (\beta_{\tau_\alpha} + \beta_{\tau_\mu}) \left(\frac{1}{4} p^2 + K^2 \right) - (\beta_{\tau_\alpha}^{\mathbf{M}} - \beta_{\tau_\mu}) (\mathbf{p} \cdot \mathbf{K})) \quad (B15)$$

\mathbf{K} 以 \mathbf{p} 为轴, K_μ 以 K_α 为轴, 于是 (B15) 式化成:

$$\begin{aligned} I_1(\tau_\alpha, \tau_\mu) &= (2\pi)^2 \int K_\mu^2 dK_\mu \int d \cos \theta_\mu \int K^2 dK \int d \cos \theta_k \\ &\quad \times \delta(\beta_{\tau_\alpha} K_\alpha^2 + \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2 - (\beta_{\tau_\alpha} + \beta_{\tau_\mu}) \left(\frac{1}{4} p^2 + K^2 \right) - (\beta_{\tau_\alpha}^{\mathbf{M}} - \beta_{\tau_\mu}) p K \cos \theta_k) \quad (B16) \end{aligned}$$

其中

$$p = \sqrt{K_a^2 + K_\mu^2 + 2K_a K_\mu \cos \theta_\mu} \quad (B17)$$

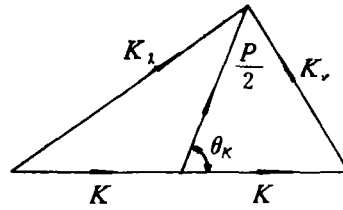


图 B2 二粒子动量合成图

由于要求 $K_a^2 \geq K_{\tau_a}^2$ 和 $K_\mu^2 \geq K_{\tau_\mu}^2$, 由图 B2 可知:

$$-\cos \theta_a \leq \cos \theta_K \leq \cos \theta_\mu \quad (B18)$$

其中

$$\cos \theta_a = \frac{\frac{p^2}{4} + K^2 - K_{\tau_a}^2}{pK}$$

$$\cos \theta_\mu = \frac{\frac{p^2}{4} + K^2 - K_{\tau_\mu}^2}{pK} \quad (B19)$$

利用能量守恒的 δ 函数可以积掉 (B16) 式的 $\cos \theta_K$, 并根据能量守恒的关系式以及 (B18) 式可以定出:

$$\frac{H_2 + \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2 - \frac{1}{2} \beta_{\tau_\mu} p^2}{2\beta_{\tau_\mu}} \geq K^2 \geq \frac{H_1 + \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2 - \frac{1}{2} \beta_{\tau_a} p^2}{2\beta_{\tau_a}} \quad \beta_{\tau_a} \geq \beta_{\tau_\mu}$$

$$\frac{H_2 + \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2 - \frac{1}{2} \beta_{\tau_\mu} p^2}{2\beta_{\tau_\mu}} \leq K^2 \leq \frac{H_1 + \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2 - \frac{1}{2} \beta_{\tau_a} p^2}{2\beta_{\tau_a}} \quad \beta_{\tau_a} \leq \beta_{\tau_\mu} \quad (B20)$$

其中

$$H_1 = \beta_{\tau_a} K_a^2 + (\beta_{\tau_a} - \beta_{\tau_\mu}) K_{\tau_\mu}^2$$

$$H_2 = \beta_{\tau_a} K_a^2 - (\beta_{\tau_a} - \beta_{\tau_\mu}) K_{\tau_a}^2 \quad (B21)$$

由于要求 $K_\mu^2 \leq K_{\tau_\mu}^2$, $K_a^2 \geq K_{\tau_a}^2$ 和 $K_\nu^2 \geq K_{\tau_\mu}^2$, 因而要求满足

$$K_{\tau_\mu}^2 \geq K_\mu^2 \geq \begin{cases} 0 & \text{当 } B_0 \geq 0 \text{ 时} \\ -B_0 & \text{当 } B_0 < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (B22)$$

其中

$$B_0 = \frac{1}{\beta_{\tau_\mu}} (\beta_{\tau_a} K_a^2 - \beta_{\tau_a} K_{\tau_a}^2 - \beta_{\tau_\mu} K_{\tau_\mu}^2) \quad (B23)$$

最后由 (B16) 式可以求得 $I_1(\tau_a, \tau_\mu)$, 其他积分也可以用类似的方法通过比较复杂的运算求得, 其结果如下:

$$I_1(\tau_a, \tau_\mu) = \frac{2\pi^2}{15K_a} \frac{1}{\beta_{\tau_a}} [(5B_0 + 3K_{\tau_\mu}^2) K_{\tau_\mu}^3 + 2(-B_0)^{3/2} \Theta(-B_0)]$$

$$I_2(\tau_a, \tau_\mu) = \frac{\pi^2}{105K_a} \frac{1}{\beta_{\tau_a}^2 \beta_{\tau_\mu}} \{ [35B_0 B_1 + 21(B_1 + B_0 B_2) K_{\tau_\mu}^2 + 15B_2 K_{\tau_\mu}^4] K_{\tau_\mu}^3 + 2(7B_1 - 3B_0 B_2) (-B_0)^{3/2} \Theta(-B_0) \}$$

$$I_3(\tau_a, \tau_\mu) = \frac{2\pi^2}{945K_a} \frac{1}{\beta_{\tau_a}^3 \beta_{\tau_\mu}^2} \{ [105B_0 B_3 + 63(B_3 + B_0 B_4) K_{\tau_\mu}^2$$

$$\begin{aligned}
& + 45(B_4 + B_0 B_5) K_{\tau_\mu}^4 + 35 B_5 K_{\tau_\mu}^4 K_{\tau_\mu}^3 \\
& + 2(21 B_3 - 9 B_0 B_4 + 5 B_0^2 B_5)(-B_0)^{5/2} \Theta(-B_0) \} \\
I_4(\tau_\alpha, \tau_\mu) = & \frac{2\pi^2}{105 K_\alpha} \frac{1}{\beta_{\tau_\alpha}} \{ [35 B_0 B_6 + 21(B_6 + B_0 B_7) K_{\tau_\mu}^2 \\
& + 15 B_7 K_{\tau_\mu}^4] K_{\tau_\mu}^3 + (7 B_6 - 3 B_0 B_7)(-B_0)^{5/2} \Theta(-B_0) \} \quad (B24) \\
I_5(\tau_\alpha, \tau_\mu) = & \frac{\pi^2}{315 K_\alpha} \frac{1}{\beta_{\tau_\alpha}} \{ [105 B_0 B_8 + 63(B_8 + B_0 B_9) K_{\tau_\mu}^2 \\
& + 45(B_9 + B_0 B_{10}) K_{\tau_\mu}^4 + 35 B_{10} K_{\tau_\mu}^4 K_{\tau_\mu}^3 \\
& + 2(21 B_8 - 9 B_0 B_9 + 5 B_0^2 B_{10})(-B_0)^{5/2} \Theta(-B_0) \} \\
I_6(\tau_\alpha, \tau_\mu) = & \frac{2\pi^2}{945 K_\alpha} \frac{1}{\beta_{\tau_\alpha}} \{ [105 B_0 B_{11} + 63(B_{11} + B_0 B_{12}) K_{\tau_\mu}^2 \\
& + 45(B_{12} + B_0 B_{13}) K_{\tau_\mu}^4 + 35 B_{13} K_{\tau_\mu}^4 K_{\tau_\mu}^3 \\
& + 2(21 B_{11} - 9 B_0 B_{12} + 5 B_0^2 B_{13})(-B_0)^{5/2} \Theta(-B_0) \} \\
I_7(\tau_\alpha, \tau_\mu) = & \frac{2\pi^2}{945 K_\alpha} \frac{1}{\beta_{\tau_\alpha}} \{ [105 B_0 B_{14} + 63(B_{14} + B_0 B_{15}) K_{\tau_\mu}^2 \\
& + 45(B_{15} + B_0 B_{16}) K_{\tau_\mu}^4 + 35 B_{16} K_{\tau_\mu}^4 K_{\tau_\mu}^3 \\
& + 2(21 B_{14} - 9 B_0 B_{15} + 5 B_0^2 B_{16})(-B_0)^{5/2} \Theta(-B_0) \} \\
& - I_4(\tau_\alpha, \tau_\mu)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
B_1 &= \beta_{\tau_\alpha} H_2 + \beta_{\tau_\mu} H_1 \\
B_2 &= \left(\frac{7}{3} \beta_{\tau_\alpha} + \beta_{\tau_\mu} \right) \beta_{\tau_\mu} \\
B_3 &= B_1^2 - \beta_{\tau_\alpha} \beta_{\tau_\mu} H_1 H_2 \\
B_4 &= [2(\beta_{\tau_\alpha}^2 H_2 + \beta_{\tau_\mu}^2 H_1) + \beta_{\tau_\alpha} \beta_{\tau_\mu} (H_2 + H_1) + 2\beta_{\tau_\alpha} B_1 + 4\beta_{\tau_\alpha}^2 \beta_{\tau_\mu} K_\alpha^2] \beta_{\tau_\mu} \\
B_5 &= \left[\frac{23}{5} \beta_{\tau_\alpha}^2 + 3\beta_{\tau_\alpha} \beta_{\tau_\mu} + \beta_{\tau_\mu}^2 \right] \beta_{\tau_\mu}^2 \\
B_6 &= (K_{\tau_\alpha}^2 - K_{\tau_\mu}^2) - \frac{1}{2\beta_{\tau_\alpha}} (\beta_{\tau_\alpha} - \beta_{\tau_\mu}) B_0 \\
B_7 &= -\frac{1}{2\beta_{\tau_\alpha}} (\beta_{\tau_\alpha} - \beta_{\tau_\mu}) \\
B_8 &= F_1 B_6 - F_3 B_0^2 \\
B_9 &= F_2 B_6 + F_1 B_7 - 2F_3 B_0 \\
B_{10} &= F_2 B_7 - F_3 \\
B_{11} &= 3B_6^2 + \frac{1}{4} S^2 B_0^2 \\
B_{12} &= 4F_1 - 4K_\alpha^2 + 6B_6 B_7 + \frac{1}{2} S^2 B_0 \\
B_{13} &= 3B_7^2 + 4S + \frac{1}{4} S^2 + \frac{4}{5} \\
B_{14} &= 3(F_1 - K_\alpha^2) K_\alpha^2 \\
B_{15} &= 5F_1 + (3S - 2) K_\alpha^2
\end{aligned}$$

$$B_{1,4} = 5S - \frac{7}{5} \quad (B25)$$

$$F_1 = \frac{1}{\beta_{\tau_a} \beta_{\tau_\mu}} [(\beta_{\tau_a} + \beta_{\tau_\mu})\beta_{\tau_a} K_a^2 - (\beta_{\tau_a} - \beta_{\tau_\mu})(\beta_{\tau_a} K_a^2 - \beta_{\tau_\mu} K_\mu^2)]$$

$$F_2 = 4 + S$$

$$F_3 = \frac{1}{6\beta_{\tau_a}^2} (\beta_{\tau_a}^2 - \beta_{\tau_\mu}^2) \quad (B26)$$

$$S = \frac{\beta_{\tau_a} + \beta_{\tau_\mu}}{\beta_{\tau_a}} \quad (B27)$$

由以上结果可以清楚地看出 $I_s(\tau_a, \tau_\mu)$ 和 $I_v(\tau_a, \tau_\mu)$ 对于非对称核物质来说它们不等于零的原因一是由于中子和质子费米动量不同所引起的, 另一方面是由于中子和质子有效质量不同所引起的。数值计算结果表明做中子和质子有效质量相等的近似以后对虚部势的影响在原子核中心区域会造成百分之几的误差, 在原子核边缘区域影响很小, 这是由于当 $r \rightarrow \infty$ 时 $m^*/m \rightarrow 1$ 的缘故。

参 考 文 献

- [1] 申庆彪、张竞上、田野、卓益忠, 高能物理与核物理 6(1982) 第 2 期。
- [2] J. W. Negele, *Phys. Rev.*, **C1**, (1970), 1260.
- [3] F. D. Becchetti and G. W. Greenlees, *Phys. Rev.*, **182**(1969), 1190.
- [4] S. Kailas and S. K. Gupta, *Phys. Rev.*, **C17** (1978), 2236.
- [5] S. Kailas and S. K. Gupta, *Phys. Lett.*, **71B** (1977), 271.
- [6] H. V. Von Geramb, F. A. Brieva and J. R. Rook, *Microscopic Optical Potentials, Lecture Notes in Physics, Vol. 89*, p. 104 (Springer-Verlag Berlin 1979).
- [7] F. Perey and B. Buck, *Nucl. Phys.*, **32** (1962), 353.
- [8] B. W. Ridley and J. F. Turner, *Nucl. Phys.*, **58**, (1964), 497.
- [9] V. Bernard and Nguyen Van Giai, *Nucl. Phys.*, **A327**(1979), 397.

SEMI-MICROSCOPIC OPTICAL POTENTIAL CALCULATION USING NUCLEAR MATTER APPROACH II. ASYMMETRIC NUCLEAR MATTER

SHEN QING-BIAO TIAN YE MA ZHONG-YU
ZHANG JING-SHANG ZHUO YI-ZHONG

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

The calculation of the microscopic optical potential (MOP) in symmetric nuclear matter using semi-microscopic nuclear matter approach^[1] was discussed previously. In this paper, the same method is extended to the study of the asymmetric nuclear matter. The theoretical formulae of the MOP is derived and the results of calculations are presented. The dependence of the MOP on asymmetric factor α is also analysed. Finally, the five kinds of the different parameters of Skyrme interactions II—VI are used and compared with the experimental data to study how well these Skyrme interactions can work for our purpose. The calculated results show that the conclusions for symmetric nuclear matter are suitable for asymmetric nuclear matter as well.