第6卷 第2期 高能物理与核物理 Vol. 6, No. 2
1982年3月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Mar., 1982

在量子色动力学中转换电磁形状因子 $F_{A_1\pi}(q^2)$ 的大动量行为

黄 朝 商
(中国科学院理论物理研究所)

摘 要

本文运用算符乘积展开和重整化群的方法，研究和给出了在量子色动力学中的 1^{++} 介子 B-S 波函数和 A_1-π 转换电磁形状因子的大动量行为，并讨论了可能的实验检验.

一、引 言

新近我们[1]及别的作者[2,3]在量子色动力学范围里讨论了大动量转移下的一些遍举过程. 理论结果与实验的比较[4]大致上是令人满意的. 这就鼓舞我们去探讨更多的这类过程，以进一步检验量子色动力学以及 B-S 波函数的光锥行为. 在本文中我们运用 conformal 协变的算符乘积展开和重整化群的方法，研究和给出了味非单态纵极化 1^{++} 介子的 B-S 波函数的光锥行为. 利用所得到的 A_1 介子(以及 π 介子)的大动量波函数，研究转换电磁形状因子 $F_{A_1\pi}(q^2)$ 的大动量行为. 结果是，除掉与介子结构直接有关的系数因子，$F_{A_1\pi}(q^2)$ 与 $F_\pi(q^2)$ 的大 q^2 行为是相同的. 本文第二节给出 1^{++} 介子束缚态波函数的普遍形式并导出它的光锥行为. 第三节计算转换电磁形状因子 $F_{A_1\pi}(q^2)$ 的大动量行为. 第四节给出 $e^+e^-\to\pi^\pm A_1^\mp$ 的截面并讨论可能的实验检验.

二、纵极化 1^{++} 介子 B-S 波函数的光锥行为

1^{++} 介子 B-S 波函数的定义是

$$\chi^\sigma_{P,\xi}(x_1,x_2)=\langle 0|T(\psi(x_1)\bar\psi(x_2))|P,\sigma,\xi\rangle$$
$$=e^{iP\cdot X}\left\langle 0\left|T\left(\psi\left(\frac{x}{2}\right)\bar\psi\left(-\frac{x}{2}\right)\right)\right|P,\sigma,\xi\right\rangle=e^{iP\cdot X}\chi^\sigma_{P,\xi}(x) \tag{1}$$

式中 σ 是 1^{++} 介子的极化矢量 e^σ 的极化指标，$\sigma=0,+,-$(或者 1, 2, 3). 其他符号的含义与文献[1]的相同.(后面遇到同样情形，不再另作说明.)为了简单，在(1)式中我们已略去了色指标. 在动量表象

$$\chi^\sigma_{P,\xi}(p)=\int d^4x e^{-ip\cdot x}\left\langle 0\left|T\left(\psi\left(\frac{x}{2}\right)\bar\psi\left(-\frac{x}{2}\right)\right)\right|P,\sigma,\xi\right\rangle, \tag{2}$$

本文 1980 年 12 月 1 日收到.

其中 $P = p_1 - p_2$, $p = (p_1 + p_2)/2$.

容易证明，满足空间反射和电荷共轭不变性的 1^{++} 介子 B-S 波函数的普遍形式是

$$\chi_P^\sigma(p) = \chi_{P\mu}(p) e^\sigma_\mu,$$

$$\begin{aligned}\chi^\sigma_{P,\mu}(p) = {} & \gamma_\mu\gamma_5 g_1 + \hat{P}\gamma_\mu\gamma_5 P\cdot p g_2 + p_\mu\gamma_5 P\cdot p g_3 + p_\mu\hat{p}\gamma_5 g_4 \\ & + p_\mu p_\nu P_\lambda \sigma_{\nu\lambda}\gamma_5 P\cdot p g_5 + \varepsilon_{\mu\nu\sigma\rho} p_\nu P_\sigma \gamma_\rho g_6 + \sigma_{\mu\nu} p_\nu \gamma_5 g_7 \\ & + p_\mu \hat{P}\gamma_5 P\cdot p g_8,\end{aligned} \tag{3}$$

其中 $g_i = g_i((P\cdot p)^2, p^2)$, $i = 1, \cdots, 8$. 为了简单，在(3)式中未写出味指标。

我们运用算符乘积展开来求纵极化 1^{++} 介子 B-S 波函数 $\chi^{(0)}_{P\xi}(p)$ 的光锥行为。在 $x^2 \approx 0$,

$$\begin{aligned} T\left(\psi\left(\frac{x}{2}\right)\bar{\psi}\left(-\frac{x}{2}\right)\right) = {} & \sum_i \sum_{n=0}^{\infty} x^{s(O)+1} G^1_{n,i}(x^2)\gamma_\mu\gamma_5 x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_n} \\ & \times \sum_{m\geq n} C^1_{nm} x_{\mu_{n+1}}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=0}^{\infty} x^{s(O)-1} G^2_{n,i}(x^2)\gamma_\nu\gamma_5 \sum_{m\geq n} C^2_{nm} x_\nu x_\mu x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=1}^{\infty} x^{s(O)+1} G^3_{n,i}(x^2)\gamma_{\mu_n}\gamma_5 \sum_{m\geq n} C^3_{nm} x_\mu x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_{n-1}} x_{\mu_{n+1}}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=1}^{\infty} x^{s(O)+2} G^4_{n,i}(x^2)\gamma_\mu\gamma_{\mu_n}\gamma_5 \sum_{m\geq n} C^4_{nm} x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_{n-1}} x_{\mu_{n+1}}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=1}^{\infty} x^{s(O)} G^5_{n,i}(x^2)\sigma_{\nu\mu_n}\gamma_5 \sum_{m\geq n} C^5_{nm} x_\nu x_\mu x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_{n-1}} x_{\mu_{n+1}}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=0}^{\infty} x^{s(O)} G^6_{n,i}(x^2)\sigma_{\mu_\nu}\gamma_5 \sum_{m\geq n} C^6_{nm} x_\nu x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=0}^{\infty} x^{s(O)} G^7_{n,i}(x^2)\gamma_5 \sum_{m\geq n} C^7_{nm} x_\mu x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \sum_i \sum_{n=1}^{\infty} x^{s(O)+1} G^8_{n,i}(x^2)\varepsilon_{\mu\nu\rho\mu_n}\gamma_\rho \sum_{m\geq n} C^8_{nm} x_\nu x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_{n-1}} x_{\mu_{n+1}}\cdots x_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} \\ & + \cdots, \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $S(O) = -1$, $i = a, \psi$.

$$O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_m} = \partial_{\mu_{n+1}}\cdots\partial_{\mu_m} O^{n,i}_{\mu\mu_1\cdots\mu_n}, \tag{5}$$

$$O^{n,a}_{\mu\mu_1\cdots\mu_n} = \sum_{l=0}^{n} b_{nl}[\partial_{\mu_{l+1}}\cdots\partial_{\mu_n}\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\overleftrightarrow{D}_{\mu_1}\cdots\overleftrightarrow{D}_{\mu_l}\lambda^a\psi + \text{置换}], \tag{6}$$

$$O^{n,\psi}_{\mu\mu_1\cdots\mu_n} = \sum_{l=0}^{n} b_{nl}[\partial_{\mu_{l+1}}\cdots\partial_{\mu_n}\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\overleftrightarrow{D}^{\mu_1}\cdots\overleftrightarrow{D}^{\mu_l}\psi + \text{置换}],$$

在以上式子中 C^k_{nm} $(k = 1, \cdots, 8)$, b_{nl} 是无量纲的常数。由于波函数 $\langle 0|T(\psi\bar{\psi})|P\rangle$ 是算符乘积的非对角元，故一般地在(4)式中定域算符的外部导数项(见(5)、(6)式)也有贡献。

在重整化后，自旋为 n 的算符将和自旋小于 n 的算符混合，导致上三角形的反常量纲矩阵(即该反常量纲矩阵只有对角元素和右上方非对角元素不为零)．但是我们可以将它们适当地线性组合(相应于将反常量纲矩阵对角化)而得到具有确定反常量纲的算符．在这里我们假定(6)式已经是这样组合好的算符，它的反常量纲 $\gamma_O^{n,a}$ 等于人们熟悉的深度非弹散射中出现的第 n 个非单态算符的反常量纲．

将(4)代入(2)，对于味非单态，我们得

当 $p^2,\ p\cdot P\to\infty,\ p\cdot P/p^2$ 固定

$$
\begin{aligned}
\chi^{(O)}_{P\xi}(p) = & \frac{\hat{e}^{(O)}\gamma_5 m_\xi^2}{p^4}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^n g^1_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,1}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\hat{p}\gamma_5 p\cdot e^{(O)} m_\xi^2}{p^6}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^n g^2_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,2}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\hat{p}\gamma_5 p\cdot e^{(O)} p\cdot P m_\xi^2}{p^8}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^{n-2} g^3_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,3}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\hat{e}^{(O)}\hat{p}\gamma_5 p\cdot P m_\xi^2}{(p^2)^{7/2}}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^{n-2} g^4_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,4}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 p_\mu P_\nu p\cdot e^{(O)} p\cdot P m_\xi^2}{(p^2)^{9/2}}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^{n-2} g^5_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,5}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 e^{(O)}_\mu p_\nu m_\xi^2}{(p^2)^{5/2}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^n g^6_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,6}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\gamma_5 e^{(O)}\cdot p\, p\cdot P m_\xi^2}{(p^2)^{7/2}}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^{n-1} g^7_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,7}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \frac{\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} e^{(O)}_\mu p_\nu P_\rho \gamma_\sigma m_\xi^2}{p^6}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^{n-1} g^8_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)H^{n,a}_{\xi,8}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)\\
& + \cdots,
\end{aligned}
\tag{7}
$$

其中

$$
H^{n,a}_{\xi,j}\left(\frac{p\cdot P}{p^2},\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{p\cdot P}{p^2}\right)^k\sum_{l=1}^{n} C^l_{nn+k} b_{nl} h^{l,a}_\xi\left(\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right),\quad j=1,\cdots,8 \tag{8}
$$

$h^{n,a}_\xi$ 由下式定义

$$
\langle O|\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\overleftrightarrow{D}_{\mu_1}\cdots\overleftrightarrow{D}_{\mu_n}\lambda^a\psi|P,O,\xi\rangle = m_\xi^2 h^{n,a}_\xi\left(\frac{m_\xi^2}{\mu^2}\right)e^{(O)}_\mu P_{\mu_1}\cdots P_{\mu_n}. \tag{9}
$$

(7)式已满足空间反射不变性．为了满足电荷共轭不变性，(7)式中对 n 求和应保持每项都是 $(p\cdot P)^2$ 的函数．该式中无量纲的 wilson 系数 $g^l_{n,a}\left(\frac{p^2}{\mu^2}\right)$ $(l=1,\cdots,8)$ 的大动量行为可由重整化群方程得出

$$
g^l_{n,a}\left(\frac{\lambda^2 p_j^2}{\mu^2},\ g_{R_1}\frac{m_R}{\mu}\right)\xrightarrow{\lambda\to\infty}(\ln\lambda)^{\frac{-\gamma^n+2\gamma^F}{b_0}} g^l_{n,a}\left(\frac{p_j^2}{\mu^2},g(\lambda),0\right). \tag{10}
$$

在上述展开式中系数 C^k_{nm} 是没有确定的．为了确定系数之间的关系，我们将利用 conformal 不变性(因为在只考虑 g^2 阶辐射修正重整化时，conformal 不变性的破坏只表现

在奇异函数 $G_{n,i}(x^2)$ 中）. 为了简单，下面我们只写出下列一项旋量结构 $\Big($可证，在对形状因子的大动量行为的贡献中，只有该项是主要的，其他项的贡献均小 $O\left(\frac{m}{Q}\right)$ 量极.$\Big)$

$$T(\psi(x)\bar{\psi}(0)) = \sum_{x^2\approx 0\; n=0}^{\infty} x^{s(O)+1}G_n(x^2)\gamma_\mu\gamma_5 x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_n} \times \sum_{m\geq n} C_{nm}x_{\mu_{n+1}}\cdots x_{\mu_m} O^{n,a}_{\mu_1\cdots\mu_m} + \cdots. \tag{11}$$

假定在光锥附近算符乘积展开具有 conformal 协变性，则(11)式中系数之间满足下列关系[5]

$$C_{nm} = C_{nn+k} = C_{nn}\frac{\Gamma(n+2+k)\Gamma(2n+4)}{k!\Gamma(n+2)\Gamma(2n+4+k)}. \tag{12}$$

将(12)式代入(11)式即得

$$T(\psi(x)\bar{\psi}(0)) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{s(O)+1}G_n(x^2)\gamma_\mu\gamma_5 x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_n} \times C_{nn_1}F_1(2n+4, n+2; x\cdot\partial)O^{n,a}_{\mu_1\cdots\mu_n} + \cdots. \tag{13}$$

利用汇合超比函数，$F_1(a, b; x)$ 的性质，上式可化成

$$T(\psi(x)\bar{\psi}(0)) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{s(O)+1}G_n(x^2)\gamma_\mu\gamma_5 x_{\mu_1}\cdots x_{\mu_n} \times C'_{nn}\int_0^1 [t(1-t)]^{n+1}e^{tx\cdot\partial}O^{n,a}_{\mu_1\cdots\mu_n}dt + \cdots. \tag{14}$$

从(14)式我们得到满足 conformal 协变性的纵极化 1^{++}介子波函数的算符乘积展开式

$$\chi^{(O)}_{P\xi}(x) = \hat{e}^{(O)}\gamma_5\sum_{n=0}^{\infty} G_n(x^2)h_n(x\cdot P)^n\int_0^1 [t(1-t)]^{n+1}e^{-i(\frac{1}{2}-t)x\cdot P}dt + \cdots. \tag{15}$$

为了后面计算形状因子大动量行为的需要，类似于 Brodsky 和 Lepage[2]，我们定义层子反层子对(分别带介子总动量的分数 y_1，y_2，间隔接近光锥)在介子中的分布振幅 $\phi(y, Q)$:

$$\hat{e}^{(O)}\gamma_5\phi(y, Q) = \left(\ln\frac{Q^2}{\mu^2}\right)^{-\frac{2\gamma^F}{b_0}}\frac{P^+}{2}\int^Q d^2_{p_\perp}\chi^{(O)}_P(p^+, \boldsymbol{p}_\perp), \tag{16}$$

其中

$$\chi^{(O)}_P(p^+, \boldsymbol{p}_\perp) = \int e^{-i(\boldsymbol{p}_\perp x_\perp - \frac{1}{2}p^+x^-)}\chi^{(O)}_P(x)\big|_{\substack{x^+=0\\ x^2\approx 0}} d^2_{x_\perp}dx^-,$$

$y = 2p^+/P^+$，$P^\pm = P_0 \pm P_3$ 是光锥变量.

利用(15)式我们求得

$$\phi_{A_1}(y, Q) = (1-y^2)\sum_{n=0}^{\infty} a_n^{A_1}C_n^{3/2}(y)\left(\ln\frac{Q^2}{\mu^2}\right)^{-\gamma^n/b_0}, \tag{17}$$

其中 $C_n^{3/2}(y)$ 是 Gegenbauer 多项式. 同位旋对称性导致(17)式中只有 $n=$ 偶数的项不为零.

对于 0^-介子，类似于(17)式的展开式是首先被 Brodsky 和 Lepege 给出的[6].

利用 Gegenbauer 多项式的正交性，(17)式中的系数 $a_n^{A_1}$ 可从 $\phi_{A_1}(y, Q_0)$ 求出

$$a_n^{A_1} = \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}\left(\ln\frac{Q_0^2}{\mu^2}\right)^{\gamma^n/b_0}\int_{-1}^{1} C_n^{3/2}(y)\phi_{A_1}(y, Q_0)dy. \tag{18}$$

特别，a_0 比例于波函数在坐标空间的零点值，

$$a_0 = \frac{3}{8\sqrt{n_c}} f_{A_1}, \tag{19}$$

其中 f_{A_1} 是在矩阵元 $\langle O|\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\tau^-\psi|A_1^+; P, e^{(0)}\rangle$ 中的归一因子

$$\langle O|\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\tau^-\psi|A_1^+; P, e^{(0)}\rangle = e_\mu^{(0)} f_{A_1}. \tag{20}$$

(式中 $\tau^- = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2)$，$\tau_k$ 是同位旋矩阵.)它可从重轻子 τ 的衰变 $\tau^- \to A_1^-\nu_\tau$ 中定出.

三、转换电磁形状因子 $F_{A_1\pi}(q^2)$ 的大动量行为

现在我们来求转换电磁形状因子 $F_{A_1\pi}(q^2)$. 为了便于实验检验，我们考虑 q^2 类时的情形，推广到 q^2 类空是直截了当的.

由洛仑兹协变性，描写过程 $\gamma^* \to A_1 + \pi$ 的电磁流矩阵元 V_μ 可表为

$$\begin{aligned} V_\mu(q; P, P', e^{(0)}) &= \langle A_1(P', e^{(0)}), \pi(P)|j_\mu(O)|O\rangle \\ &= \mathscr{P}_\mu q\cdot e^{(0)}\bar{F}_1(q^2) + q_\mu q\cdot e^{(0)}\bar{F}_2(q^2) + e_\mu^{(0)}F_3(q^2), \end{aligned}$$

其中 $q = P + P'$，$\mathscr{P} = P - P'$. 在 $\boldsymbol{P}'$ 很大 $(m_{A_1}/|\boldsymbol{P}'| \ll 1)$ 参考系，

$$e_\mu^{(0)}(\boldsymbol{P}') \simeq \frac{P'_\mu}{m_{A_1}}. \tag{21}$$

故

$$V_\mu \simeq \mathscr{P}_\mu F_1(q^2) + q_\mu F_2(q^2).$$

由流守恒得

$$F_2(q^2) = \frac{(m_{A_1}^2 - m_\pi^2)}{-q^2} F_1(q^2).$$

所以当 $|q^2|$ 很大 $(m_{A_1}^2/|q^2| \ll 1)$ 只考虑领头项时我们有

$$V_\mu(q; P, P') \simeq \mathscr{P}_\mu F_1(q^2). \tag{22}$$

按照层子模型的计算方法[7]，我们可以将 V_μ 与介子波函数相联系（见图1），即有

$$\begin{aligned} V_\mu(q; P, P') = \int \frac{d^4p d^4p'}{(2\pi)^8} S_p \Big\{ & \chi_{P'}^{(0)}(p')\mathscr{T}_\mu\left(q; p' + \frac{P'}{2}, p' - \frac{P'}{2}, p + \frac{P}{2}, p - \frac{P}{2}\right) \\ & \times \bar{\chi}_P(p)\Big\}, \end{aligned} \tag{23}$$

其中 $\chi_P^{(0)}(p)$ 和 $\chi_P(p)$ 分别是 A_1 和 π 的 B-S 波函数. $\mathscr{T}_\mu$ 是截腿的双粒子不可约（在束缚态道）五点格林函数.

我们指出，利用(21)式可将(7)式化成与非单态 0^- 介子波函数的算符乘积展开式（见文献[1]的(5)式）完全类似的形式. 因此，根据文献[1]的分析，马上可以作出结论：当 q^2 大时 $F_{A_1\pi}(q^2)$ 随 q^2 的变化趋势与 $F_\pi(q^2)$ 相同.

为了算出 q^2 大时形状因子表达式（参看文献[1]的(19)式）中的常系数因子（特别，领

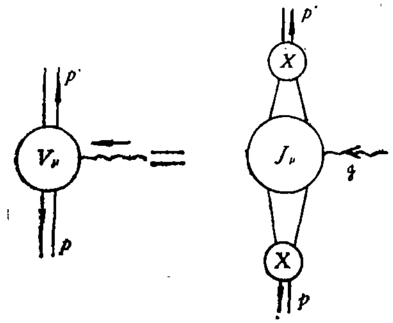

图　1

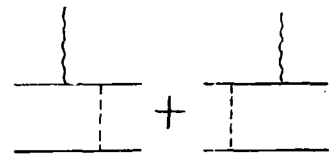

图　2

头项的系数)，简便的办法是选择一适当的参考系来计算 V_μ. 跟着 Brodsky 和 Lepage[2]，选取 $\boldsymbol{q}_\perp^2 = O(Q^2)$ $(Q^2 \equiv -q^2 > 0)$ 的无穷大动量系

$$P = \left(P^+,\ \frac{m_\xi^2}{P^+},\ \vec{0}_\perp\right),\quad q = \left(2P^+,\ \frac{-2P\cdot q - 2m_\xi^2}{P^+},\ \boldsymbol{q}_\perp\right).$$

由于层子在强子中的横动量是小的，当 Q^2 很大时，$\boldsymbol{p}_\perp^2/Q^2 \ll 1$. 当大横动量虚光子"打击"层子(或反层子)时，被打层子获得大的横动量而重大地改变运动方向. 它必须把大横动量传递(通过胶子)给旁观者迫使后者也改变到同一(粗略地)方向，才能重新组成"完整"的强子. 因此我们可以把这个交换大横动量的"硬"的亚过程分出来. 从我们以前的工作[1]以及 Brodsky, Mueller 等人同样的结论[2,3]，我们知道，形状因子的大动量行为是被波函数的光锥行为所控制的. 所以，当在亚过程中忽略 $\boldsymbol{p}_\perp^2/Q^2$, m_ξ^2/Q^2, p_i^2/Q^2 时可将(23)式表成

$$V_\mu = \int_{-1}^{1} dy dy' \phi_{A_1}(y', \widetilde{Q}_{y'}) S_p\{\gamma_5 \hat{e}^{(0)} T_\mu^H(y, y', P, P') \hat{P} \gamma_5\} \phi_\pi(y, \widetilde{Q}_y), \tag{24}$$

其中 $\widetilde{Q}_y = |y|Q$. 在写出上式时已考虑了内部传播子和顶点的辐射修正. (24) 式中 $\phi(y, Q)$ 由(16)式定义，T_μ^H 是硬的亚过程 $\gamma^* + q\bar{q} \to q\bar{q}$ 的全部(相连的)玻恩图的振幅(截掉外线因子)之和. 为了简单，式中没有明显写出味和色因子. 刚才已经指出，该亚过程中所传递的动量是大的 $(\sim Q)$，故 $\alpha_s(Q)$ 小，领头项只需考虑图 2 (及相应的反层子与虚光子作用图)的贡献

$$S_p\{\gamma_5 \hat{e}^{(0)} T_\mu^H \hat{P} \gamma_5\} = \mathscr{P}_\mu \frac{64\pi C_2(F)\alpha_s(Q^2)}{m_{A_1} Q^2} \frac{1}{(1-y^2)(1-y'^2)}. \tag{25}$$

将(17)、(25)以及 π 介子的层子反层子对分布振幅[2]

$$\phi_\pi(y, Q) = (1-y^2) \sum_{n=0}^{\infty} a_n^\pi C_n^{3/2}(y) \left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2}\right)^{-\gamma^n/b_0} \tag{26}$$

代入(24)式即得

$$F_{A_1\pi}(Q^2) \equiv F_1(Q^2) = \frac{256\pi C_2(F)\alpha_s(Q^2)}{Q^2 m_{A_1}} \sum_{n,n'\text{偶}} a_n^{A_1} a_{n'}^\pi$$

$$\times \left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2}\right)^{-\frac{\gamma^n+\gamma^{n'}}{b_0}} \left[1 + O\left(\alpha_s(Q^2), \frac{m}{Q}\right)\right]. \tag{27}$$

(由于(25)式分母中 $(1-y^2)(1-y'^2)$ 被 ϕ_π, ϕ_{A_1} 中的同样因子消去，故在(24)式中在端

点没有奇异，所以在该式中可用 Q 代替 $\tilde{Q}_y$, $\tilde{Q}_{y'}$.）当 $Q^2\to\infty$，上式的领头项为

$$F_{A_1\pi}(Q^2)\to\frac{16\pi\alpha_s(Q^2)}{Q^2}\frac{f_\pi f_{A_1}}{m_{A_1}}. \tag{28}$$

顺便指出，由于胶子是矢量粒子，故对于横极化矢量介子 A_1，其转换电磁形状因子 $F^T_{A_1\pi}(Q^2)$ 将比上面所得出的纵极化时的(27)式小 m_q/Q 倍，因而在 Q^2 大时是不重要的（详细分析请参看文献[4]）.

四、$e^+e^-\to\pi^\pm A_1^\pm$ 的微分截面和截面

为了便于和实验直接比较，下面我们给出 $e^+e^-\to\pi^\pm A_1^\mp$（见图 3）的微分截面和截面.

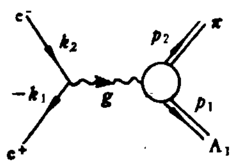

图 3

相应于图 3 的振幅为

$$M=(-i)(2\pi)^4\frac{e^2}{q^2}\bar{v}(k_1)\gamma_\mu u(k_2)V_\mu. \tag{29}$$

直接的计算即得微分截面

$$\frac{d\sigma}{dt}=\frac{2\pi\alpha^2}{S^4}(-t)(t+s)|F_{A_1\pi}(S)|^2+O\left(\frac{m^2_{A_1}}{S}\right) \tag{30}$$

和总截面

$$\sigma=\frac{\pi\alpha^2}{3S}|F_{A_1\pi}(S)|^2+O\left(\frac{m^2_{A_1}}{S}\right), \tag{31}$$

其中 $F_{A_1\pi}(S)$ 由(27)式所示. 渐近地

$$\sigma\to\frac{16^2\pi^3}{3}\frac{f_\pi^2f^2_{A_1}}{m^2_{A_1}}\frac{\alpha^2\alpha_s^2(S)}{S^3}.\ \text{当}\ S\to\infty. \tag{32}$$

由于目前实验还不能确定重轻子 τ 的寿命，故尚不能直接从实验定出 f_{A_1}. 理论上由 Weinberg 第一求和规则[8]

$$f_\pi^2+\frac{f^2_{A_1}}{m^2_{A_1}}=\frac{f_\rho^2}{m_\rho^2} \tag{33}$$

可算出 $f_{A_1}\approx 0.12\text{GeV}^2$. 而从(32)可直接看出，一旦测出了截面，就可从该式定出 f_{A_1}. 所以这也是从实验上间接检验 Weinberg 第一求和规则的一个可能途径.

本文是在戴元本导师指导下进行的. 特此致谢.

参 考 文 献

[1] 黄朝商，高能物理与核物理，**4**(1980)，761.

[2] S. J. Brodsky and G. P. Lepage, *Phys. Lett.*, **87B**(1979), 359; *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 545.

[3] G. Farrar and J. D. Jackson, *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 246; G. Parisi, *Phys. Lett.*, **84B**(1979), 225; A. Duncan and A. H. Mneller, *Phys. Rev.*, D21(1980), 1636; Preprint, CV-TP-172(1979).
[4] S. J. Brodsky, Preprint, SLAC-PUB-2447(1979).
[5] S. Ferrara et al., *Ann. Phys.*, **76**(1973), 161.
[6] S. J. Brodsky et al., *Phys. Lett.*, **91B**(1980), 239.
[7] 中国科学院数学研究所理论物理研究室、北京大学理论物理研究室基本粒子理论组，北京大学学报(自然科学版)，**12**(1966), 113.
[8] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19**(1967), 770.

THE LARGE MOMENTUM BEHAVIOR OF THE ELECTROMAGNETIC TRANSITION FORM FACTOR $F_{A_1\pi}(q^2)$ IN QCD

HUANG CHAO-SHANG
(Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper we investigate and obtain the large momentum behavior of the B-S wave function of the 1^{++} meson and the electromagnetic transitional form factor $F_{A_1\pi}(q^2)$ using the operator product expansion and the renormalization group approach. The possible experimental tests are also discussed succinctly.