第5卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 1
1981 年 1 月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1981

D 介子衰变 $\Gamma(D^0 \to K^+K^-)/\Gamma(D^0 \to \pi^+\pi^-)$

马中骐 东方晓 岳宗五 周咸建 薛丕友
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

考虑强作用修正对 D^0 介子衰变的影响，用 Gilman 和 Wise[1] 的方法，导出 $\Delta C = 1$ 的等效哈密顿量，算得 $\Gamma(D^0 \to K^+K^-)/\Gamma(D^0 \to \pi^+\pi^-) \sim 1.26$，简单讨论了这种计算方法中的一些问题。

最近实验测得[2] $\Gamma(D^0 \to K^+K^-)/\Gamma(D^0 \to K^-\pi^+) = 0.113 \pm 0.030$，$\Gamma(D^0 \to \pi^+\pi^-)/\Gamma(D^0 \to K^-\pi^+) = 0.033 \pm 0.015$，由此得到 $\Gamma(D^0 \to K^+K^-)/\Gamma(D^0 \to \pi^+\pi^-)$ 的比值约为 3 左右，这是一个值得注意的实验结果。看来应该考虑强作用对非轻子弱衰变的影响。

Gilman 和 Wise[1] 利用算子在小距离的 Wilson 展开方法和重正化群技术，在带头对数项 (leading log) 近似下，得到 $\Delta S = 1$ 的等效哈密顿量。按照这种方法，我们得到了 $\Delta C = 1$ 的等效哈密顿量为:

$$
\begin{aligned}
\mathscr{H}_{\rm eff}^{\Delta C=1} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} \Bigg\{ & \left(\frac{\alpha'(m_b'^2)}{\alpha''(\mu^2)}\right)^{a''(+)} \cdot \left(\frac{\alpha(m_t^2)}{\alpha'(m_b'^2)}\right)^{a'(+)} \left(\frac{\alpha(M_W^2)}{\alpha(m_t^2)}\right)^{a(+)} A_s O_s^{(+)} \\
& + \left(\frac{\alpha'(m_b'^2)}{\alpha''(\mu^2)}\right)^{a''(-)} \left(\frac{\alpha(m_t^2)}{\alpha'(m_b'^2)}\right)^{a'(-)} \left(\frac{\alpha(M_W^2)}{\alpha(m_t^2)}\right)^{a(-)} A_s O_s^{(-)} \\
& + \sum_n \left(\sum_{l,m} W_{nm} \left(\frac{\alpha'(m_b'^2)}{\alpha''(\mu^2)}\right)^{a_m''} W_{ml}^{-1} C_l^{(+)}\right) \left(\frac{\alpha(m_t^2)}{\alpha'(m_b'^2)}\right)^{a'(+)} \left(\frac{\alpha(M_W^2)}{\alpha(m_t^2)}\right)^{a(+)} A_b P_n \\
& + \sum_n \left(\sum_{l,m} W_{nm} \left(\frac{\alpha'(m_b'^2)}{\alpha''(\mu^2)}\right)^{a_m''} W_{ml}^{-1} C_l^{(-)}\right) \left(\frac{\alpha(m_t^2)}{\alpha'(m_b'^2)}\right)^{a'(-)} \left(\frac{\alpha(M_W^2)}{\alpha(m_t^2)}\right)^{a(-)} A_b P_n \Bigg\}. \quad (1)
\end{aligned}
$$

现在说明一下式中出现的符号的含义和我们计算中使用的参数值：式 (1) 中不带撇的量是在六夸克理论中计算的，带撇“,”的量是在等效 b, c, s, d, u 五夸克理论中计算的，带“””的量是在 c, s, d, u 四夸克理论中计算的。α 是 QCD 的走动精细结构常数 (running fine structure constant)

$$
\alpha(Q^2) = \frac{g^2}{4\pi} = \frac{12\pi}{33 - 2N_f} \frac{1}{\log Q^2/\Lambda^2},
$$

取 $\Lambda^2 = 0.1\text{GeV}^2$, $M_W = 85\text{GeV}$, $m_t = 16\text{GeV}$. $m_b' \sim m_b = 4.5\text{GeV}$ 得 $\alpha(M_W^2) = 0.16$, $\alpha(m_t^2) = 0.23$, $\alpha'(m_b'^2) = 0.31$. 取 $\alpha''(\mu^2) = 0.75$. 式(1)中 $a^{(\pm)}$, $a'^{(\pm)}$, a_m'' 的意义和数值见文献[1]。W_{nm} 是使反常量纲 γ_{ij}'' 对角化的相似变换矩阵，(数值见文献[1])可算得其逆矩阵

本文 1979 年 9 月 6 日收到.

$$
(W^{-1}_{nm}) = \begin{pmatrix}
-0.037647, & 0.075834, & 0.0010801, & 0.22804, & -0.53826, & -1.4430 \\
0.74017, & -0.74017, & 0, & 0, & 0, & 0 \\
-0.22466, & 0.18729, & -0.52406, & 0.29985, & 0.12182, & 0.18276 \\
0.046894, & 0.032783, & 0.25315, & 0.22492, & 0.97403, & -0.031623 \\
0.70823, & 0.70823, & 0, & 0, & 0, & 0 \\
0.10618, & 0.13770, & 0, & 0.76322, & -0.12662, & 0.079794
\end{pmatrix},
$$

A_s 和 A_b 是由 K-M[3] 矩阵得来的

$$
A_s = -S_1C_3(C_1C_2C_3 - S_2S_3e^{i\delta}),\quad A_b = -S_1S_3(C_1C_2S_3 + S_2C_3e^{i\delta}), \tag{2}
$$

其中 $S_i = \sin\theta_i$, $C_i = \cos\theta_i$.

在领头对数近似下，$C_i^{(\pm)} = C_i^{(\pm)}(1, \bar{g}')$，取它们的自由场值代替，$C_1^{(\pm)} = \pm 1$, $C_2^{(\pm)} = 1$, $C_3^{(\pm)} = C_4^{(\pm)} = C_5^{(\pm)} = C_6^{(\pm)} = 0$. Wilson 展开所用的算符定义如下：

$$
\left.\begin{aligned}
O_s^{(\pm)} &= [(\bar{c}_\alpha d_\alpha)_{V-A}(\bar{d}_\beta u_\beta)_{V-A} \pm (\bar{c}_\alpha u_\alpha)_{V-A}(\bar{d}_\beta d_\beta)_{V-A}] \\
&\quad - [(\bar{c}_\alpha s_\alpha)_{V-A}(\bar{s}_\beta u_\beta)_{V-A} \pm (\bar{c}_\alpha u_\alpha)_{V-A}(\bar{s}_\beta s_\beta)_{V-A}], \\
P_1 &= (\bar{c}_\alpha u_\alpha)_{V-A}(\bar{d}_\beta d_\beta)_{V-A},\quad P_2 = (\bar{c}_\alpha u_\beta)_{V-A}(\bar{d}_\beta d_\alpha)_{V-A}, \\
P_3 &= (\bar{c}_\alpha u_\alpha)_{V-A}[(\bar{u}_\beta u_\beta)_{V-A} + (\bar{d}_\beta d_\beta)_{V-A} + (\bar{s}_\beta s_\beta)_{V-A} + (\bar{c}_\beta c_\beta)_{V-A}], \\
P_4 &= (\bar{c}_\alpha u_\beta)_{V-A}[(\bar{u}_\beta u_\alpha)_{V-A} + (\bar{d}_\beta d_\alpha)_{V-A} + (\bar{s}_\beta s_\alpha)_{V-A} + (\bar{c}_\beta c_\alpha)_{V-A}], \\
P_5 &= (\bar{c}_\alpha u_\alpha)_{V-A}[(\bar{u}_\beta u_\beta)_{V+A} + (\bar{d}_\beta d_\beta)_{V+A} + (\bar{s}_\beta s_\beta)_{V+A} + (\bar{c}_\beta c_\beta)_{V+A}], \\
P_6 &= (\bar{c}_\alpha u_\beta)_{V-A}[(\bar{u}_\beta u_\alpha)_{V+A} + (\bar{d}_\beta d_\alpha)_{V+A} + (\bar{s}_\beta s_\alpha)_{V+A} + (\bar{c}_\beta c_\alpha)_{V+A}].
\end{aligned}\right\} \tag{3}
$$

显然，这八个算符是不独立的，有关系式

$$
O_s^{(-)} = -2P_1 + 2P_2 + P_3 - P_4, \tag{4}
$$

代入算得

$$
\begin{aligned}
\mathscr{H}_{\rm eff}^{\Delta C=1} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}}\{&[0.67533O_s^{(+)} + 2.192623O_s^{(-)}]A_s \\
&+ [-1.51726P_1 + 2.86784P_2 + 0.04162P_3 - 0.0884P_4 \\
&+ 0.02465P_5 - 0.11812P_6]A_b\} + \text{h.c.}
\end{aligned} \tag{5}
$$

由此在所有矩阵元对颜色 $SU(3)$ 群为对称的前提下有

$$
\frac{\Gamma(D^0\to K^+K^-)}{\Gamma(D^0\to\pi^+\pi^-)} = \left[\frac{1.35066 + 0.04685A_b/A_s + 0.09347f_K A_b/A_s}{-1.35066 - 1.30373A_b/A_s + 0.09347f_\pi A_b/A_s}\right]^2 \tag{6}
$$

式中 f_K 和 f_π 的引入，是由于算符 P_5 和 P_6 是 $(V-A)(V+A)$ 型相互作用。按 Schifman 等人[4]给出的，通过流代数和软 π 技术的方法进行估算，可以得到

$$
\begin{aligned}
f_K &= \frac{\langle K^+K^-|(V-A)(V+A)|D\rangle}{\langle K^+K^-|(V-A)(V-A)|D\rangle} \doteq \frac{-4m_K^2}{(m_s+m_u)(m_c+m_u)}, \\
f_\pi &= \frac{\langle \pi^+\pi^-|(V-A)(V+A)|D\rangle}{\langle \pi^+\pi^-|(V-A)(V-A)|D\rangle} \doteq \frac{-4m_\pi^2}{(m_u+m_d)(m_c+m_u)}.
\end{aligned} \tag{7}
$$

取 $m_\pi = 140$MeV, $m_K = 494$MeV, 利用流代数等的讨论[5]给出的夸克质量：$m_u = 4.2$MeV, $m_d = 7.5$MeV, $m_s = 150$MeV, 以及 $m_c = 1.5$GeV 则可得 $f_\pi \simeq -4.45$, $f_K \simeq -4.21$.

采用最新文献[6]给出的 Cabibbo 角 θ_i 和 CP 破坏的相位 δ 值的分析(取 $\cos\delta \sim -1$)

$$
\begin{aligned}
d' &= 0.97d + 0.22s + 0.068b, \\
s' &= -0.20d + (0.95 - i0.75\times10^{-3})s + (-0.22 + i2.4\times10^{-3})b.
\end{aligned} \tag{8}
$$

略去虚部，得 $\frac{A_b}{A_s} \simeq -0.0716$，于是

$$\frac{\Gamma(D^0 \to K^+K^-)}{\Gamma(D^0 \to \pi^+\pi^-)} \doteq 1.26. \tag{9}$$

现在让我们分析一下。

我们看到(6)式从定性看确实提供了一种增强机制。若不考虑强作用修正，在树图近似下

$$\Gamma(D \to K^+K^-)/\Gamma(D \to \pi^+\pi^-)$$

$$\cong \left|\frac{-A_s}{A_s + A_b}\right|^2 = \left|\frac{-1 + s_3^2 + \frac{s_2 s_3 c_3}{c_1 c_2} e^{i\delta}}{1}\right|^2. \tag{10}$$

如果有一种机制，能在上式分子、分母中都加上一个数值相同的负的量，就会使 $D^0 \to K^+K^-$ 衰变加强，而使 $D^0 \to \pi^+\pi^-$ 衰变压低，从而使它们的比值增加。算符 P_5, P_6 代表企鹅(Penguin)图(见图1)等的贡献，它们是 $(V-A)(V+A)$ 型相互作用，如(7)式估计，它们会提供增强效应。以前有人[7]曾用这机制来讨论 $\Delta I = \frac{1}{2}$ 非轻子衰变的增强效应，得到过似乎令人鼓午的结果。

虽然前面估算值给出 $D \to K^+K^-$ 的增强效应不够大，但所用近似方法中有不少问题尚值得探讨。首先，Wilson 展开是小距离展开，胶子传递的作用是长程力，在低能范围，这种展开是否合理值得讨论[8]。其次，等效哈密顿量是在领头对数近似下计算的，高级修正会产生什么影响？第三，(7)式是个十分粗糙的估值，例如把软 π 技术推广到了K介子上。而从(6)式看此比值对 f 值是敏感的，故 f 的估算还值得进一步探讨。最后，K-M 矩阵参数的分析也有待实验进一步验证。总之，考虑强作用对 D^0 介子衰变的影响，定性上使 $D^0 \to K^+K^-$ 相对 $D^0 \to \pi^+\pi^-$ 有增强。但目前定量上不仅实验误差还较大，理论估算也较粗糙，因而进一步弄清这个问题，还需从实验和理论两方面作进一步的研究。

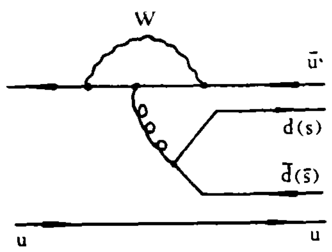

图1　企鹅图

附注：在本文即将完成时，感谢李铁忠同志于八月底将他读到的国外刚寄来的预印本[9]转给了我们，使我们知道了 L. F. Abbort 等讨论了同样问题[9].

参考文献

[1] F. J. Gilman and M. B. Wise, SLAC-PUB-2341, (1979).
[2] G. S. Abrams et al., SLAC-PUB-2337, LBL-9213, (1979).
[3] M. Kobayashi and T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.*, **49** (1973), 652.
[4] M. A. Shifman et al., *Nucl. Phys.*, **B120** (1977), 316.
[5] S. Weinberg, Harvard Univ. Preprint, HUTP-78/A 005, (1978).
[6] B. E. Shroch et al., BNL-25936, (1979).
[7] M. K. Gaillard, SLAC-215, (1978).
[8] 感谢戴元本教授指出了这一点.
[9] L. F. Abbort et al., SLAC-PUB-2355, (1979).

D^0-MESON DECAYS $\Gamma(D^0\to K^+K^-)/\Gamma(D^0\to\pi^+\pi^-)$

MA ZHONG-QI　DONG FANG-XIAO　YUE ZONG-WU
ZHOU XIAN-JIAN　XUE PEI-YOU
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper the nonleptonic D^0-decays are discussed. Using Gilman and Wise's methods, we derived the effective Hamiltonian for Cabibbo-suppressed nonleptonic D^0-decays. The rate $\Gamma(D^0\to K^+K^-)/\Gamma(D^0\to\pi^+\pi^-)\sim 1.26$ is obtained. Some problems in this method of the calculations are discussed roughly.