

$SU(3)$ 轻子模型与轻子质量差的动力学产生

邝宇平 曹昌祺
(兰州大学) (北京大学)

摘 要

在本文中,我们讨论了一种 $SU(3)$ 轻子模型,在此模型中左手和右手轻子具有平等的地位,并给出 $\sin^2\theta_w = \frac{1}{4}$. 为了减少 Higgs 粒子和 Yukawa 耦合常数的数目,我们还研究了由动力学自发破坏产生轻子质量差的可能性. 通过有效势的计算(直到两圈图),得出:复合 Goldstone 粒子仅当余下的 Yukawa 耦合常数位于一确定的小范围之内时才能形成. 由此并得出相应的重轻子质量为 130GeV.

一、引 言

Weinberg-Salam 的 $SU(2) \times U(1)$ 模型(以下简称 W-S 模型)已为愈来愈多的实验所支持,成为一个有效的弱电统一理论. 但正如 Weinberg 自己在 1972 年^[1]所指出的,此模型尚有一些令人不满意的地方. 首先,其中的规范群为两个群的直乘,从而模型中含有两个规范耦合常数 g 和 g' . 在这个意义上,弱作用和电磁作用尚未得到完全的统一. 其次,在此模型中左手和右手轻子的地位是不平等的,左手双态和右手单态的超荷量子数也完全是唯象地配置上去的. 另外,不同的轻子通过引入各自的汤川耦合常数来获得自己的质量,理论没有能计算任何轻子间的质量差.

为了克服这些缺点,1972 年 Weinberg 提出了一个 $SU(3)_L \times SU(3)_R$ 轻子模型^[2](以下简称 W-72 模型),并试图计算 μ - e 质量比. 此模型有许多优点,但是包括的规范介子太多,所计算出的 μ - e 质量比不仅依赖超重介子的质量还依赖左右手超重规范介子的混合角.

本文讨论了一种 $SU(3)$ 轻子模型. 在此模型中,对称群为一单纯群,左、右手轻子以平等地位出现,在略去四个超重规范介子的贡献后,它就化为 W-S 模型的形式,而且给出与实验相符的 Weinberg 角:

$$\sin^2\theta_w = \frac{1}{4}.$$

本文还将对“有 Higgs 场的规范理论”中的动力学破坏效应进行探讨,考察它对规范介子的质量比带来的变化,以及可否通过它造成轻子质量差以减少理论中的 Higgs 场和汤川耦合常数的数目. 采用上述 $SU(3)$ 模型进行研究的结果,显示出这种自发破坏有一

些值得注意的性质。

从物理上看,当出现动力学自发破坏时,状态中有复合标量粒子形成,能量往往是低的,考虑了这种效应所求出的基态才是真正的物理真空态。因此即使对于有 Higgs 场自发破坏的规范理论,动力学自发破坏的效应也是必须加以研究的。

二、模 型

我们考虑用 $SU(3)_L \times SU(3)_R$ 的一个子群 $SU(3)_M$ 来作为规范群,其生成元 $\bar{I}_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 取为

$$\bar{I}_i = \begin{cases} I_{iL} + I_{iR} = I_i, & \text{当 } i = 2, 5, 7 \\ I_{iL} - I_{iR} = I_i \gamma_5, & \text{当 } i = 1, 3, 4, 6, 8 \end{cases} \quad (1)$$

\bar{I}_i 满足与 I_i 一样的对易关系¹⁾

$$[\bar{I}_j, \bar{I}_k] = i C_{ijk} \bar{I}_i. \quad (2)$$

C_{ijk} 为 $SU(3)$ 群的结构常数。电荷算符一般可设为

$$Q = a \bar{I}_3 + b \sqrt{3} \bar{I}_8. \quad (3)$$

为使基础表示中的轻子电荷为 0 和 ± 1 , a 和 b 可取下列值: $a = 1, b = \pm 1$; $a = -1, b = \pm 1$; $a = \pm 2, b = 0$ 。这些取法也都是互相等价的。我们选取 $a = 1, b = -1$, 因而 Q 算符可表为

$$Q = \bar{I}_3 - \sqrt{3} \bar{I}_8 = (I_3 - \sqrt{3} I_8) \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \gamma_5. \quad (4)$$

设轻子属于此 $SU(3)_M$ 群的基础表示,左手和右手轻子都分别构成三重态

$$\phi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e^- \\ l^+ \end{pmatrix}_L, \quad \phi_R = \begin{pmatrix} \nu \\ l^+ \\ e^- \end{pmatrix}_R, \quad (5)$$

(5)式与 W-72 模型中的取法有一些不同。首先,我们把 W-72 模型中的 μ^+ 一般地改写成 l^+ , l^+ 可能是 μ^+ 也可能是 τ^+ 或其他尚未发现的重轻子。其次,由于 Q 算符中含有 γ_5 , 故右手表示与左手表示中荷电轻子的位置要互换。(5)式中的 ν_L 即为 ν_e , 而 ν_R 代表 $\bar{\nu}_l$ 。

不难看出,对 ϕ_L 来说, $\bar{I}_i = I_i$, 而对 ϕ_R 来说, $\bar{I}_i = -I_i^T$, 因此上面的做法实际上相当于将规范群取为普通的 $SU(3)$ 群(其生成元不带 γ_5), 但 ϕ_L 取为表示 $\underline{3}$, ϕ_R 取为表示 $\underline{3}^*$ 。

由此可见,在对称性未破坏前,这个模型中左、右手轻子的地位是平等的,但所属表示不等价。因而此模型不属于类矢量模型。

未引入 Higgs 场以前系统的拉氏函数为

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_{\mu\nu}^i - \bar{\psi}_L (\hat{\partial} - ig l_i \hat{A}^i) \psi_L - \bar{\psi}_R (\hat{\partial} + ig l_i^T \hat{A}^i) \psi_R - \bar{u}_i \square u_i$$

1) I_i 为通常 $SU(3)$ 生成元。这一关系(2)是周光召、高崇寿^[2]首先注意到的。

$$-gC_{ijk}\bar{u}_i(\partial_\mu A_\mu^k + A_\mu^k\partial_\mu)u_j - \frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A_\mu^i)^2, \quad i=1,2,\dots,8. \quad (6)$$

其中 u_i, \bar{u}_i 为 Faddeev-Popov 鬼场, α 是规范参量, 在以后的计算中, 我们采用 Landau 规范。

下面来考察轻子与规范场的相互作用。 \mathcal{L} 中与此有关的项为

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = ig\bar{\psi}_L l_i \hat{A}^i \psi_L - ig\bar{\psi}_R l_i^T \hat{A}^i \psi_R. \quad (7)$$

我们将指明, l^- 的弱电作用与 e^- 完全相同。如果 l 代表 μ , 这一性质就是必须的。为此将 ψ_R 表成 ψ'_L 的电荷共轭, 其中

$$\psi'_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \\ e^+ \end{pmatrix}_L. \quad (8)$$

利用费米子双线型项在电荷共轭下的变换性质, (7) 式可化为

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = ig\bar{\psi}_L l_i \hat{A}^i \psi_L + ig\bar{\psi}'_L l_i \hat{A}^i \psi'_L. \quad (9)$$

由此可见, ψ'_L 与 ψ_L 的弱电作用完全相同。

从 (9) 式还可看出, $i=1, 2, 3$ 对应于弱同位旋, $i=8$ 对应于弱超荷。将 Q 的表达式 (3) 与 W-S 模型中的表达式 $Q = T_3 + \frac{1}{2} Y$ 相对比 (T_3 和 Y 分别代表弱同位旋和弱超荷), 即得

$$T_3 = \bar{I}_3, \quad Y = -2\sqrt{3}\bar{I}_8. \quad (10)$$

于是 $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ 和 $\begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L$ 都是弱同位旋的双重态, 其弱超荷 $Y = -1$, 而 e^- 和 l^- 为弱同位旋单态, 其弱超荷 $Y = -2$ 。这正是 W-S 模型所配置给它们的量子数。

超重规范介子相应于 $i=4, 5, 6, 7$ 。在略去它们的作用后, 此模型所给出的轻子与规范场作用就与 W-S 模型一样。

(9) 式中的中性流部份当采用 T_3 和 Y 来表示时为

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{(n)} = ig\bar{\psi}_L (I_3 \hat{A}^3 + \frac{1}{2\sqrt{3}} Y \hat{B}) \psi_L + (\psi_L \rightarrow \psi'_L), \quad (11)$$

其中 $B_\mu = -A_\mu^8$ 。从 (11) 式可得出相应的 Weinberg 角, 结果为 $\sin^2\theta_w = \frac{1}{4}$,

与 W-72 模型的结果相同。

三、自发破坏

我们设自发破坏分两步。第一步自发破坏可通过引入一个属于 $SU(3)$ 的 8 维表示的 Higgs 场 χ 来作到。 χ 场的自作用设为

$$U(\chi) = \frac{1}{2} \mu'^2 \text{tr} \chi^2 + \frac{1}{4!} \lambda' (\text{tr} \chi^2)^2, \quad (12)$$

树图的真空期望值可取成

$$\langle \chi \rangle_0 = \frac{\chi_0}{\sqrt{b}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad \chi_0 = \frac{6\mu^2}{\lambda'}. \quad (13)$$

χ 场不能与轻子相耦合(因为在此模型中 ϕ_L 属于 $\underline{3}$ 而 ϕ_R 属于 $\underline{3}^*$), 故第一次自发破坏轻子不获得质量. 在规范场中仅 $V_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (A'_\mu - iA''_\mu)$ 和 $U_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (A'_\mu + iA''_\mu)$ 获得质量, 其值为

$$M_V^2 = M_U^2 = \frac{3}{4} g^2 \chi_0^2. \quad (14)$$

适当选取 λ' 和 μ' 的值可使 M_V^2 和 M_U^2 足够地大.

第二步自发破坏是要使剩余的对称性 $SU(2) \times U(1)$ 再破坏到 $U(1)$ 对称性, 即除光子外所有其他规范介子都要获得质量. 此外还要使轻子也获得应有的质量. 由于 ϕ_L 属于 $\underline{3}$, ϕ_R 属于 $\underline{3}^*$, 故能与轻子构成规范不变汤川耦合的 Higgs 场只能属于表示 $\underline{6}$ 和 $\underline{3}^*$. 写成 3×3 矩阵形式, $\underline{6}$ 是对称的, 它的真空期待值可使 e 和 l 获得相同的质量, $\underline{3}^*$ 是反对称的, 它的期望值使 e 和 l 获得符合相反的质量. 通常的作法是引入这两个 Higgs 场和两种汤川耦合作用, 这样 e 和 l 的质量可由两个汤川耦合常数来调节. 在本文中我们尝试只引入一个 Higgs 场 φ , 属于表示 $\underline{6}$, 它将给 e 和 l 以相同的质量. 然后考察是否可以动力学地产生一个属于 $\underline{3}^*$ 表示的复合标量场, 造成 l - e 质量差.

将 φ 写成

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_2 & \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_3 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_2 & \varphi_5 & \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_5 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_3 & \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_5 & \varphi_6 \end{pmatrix},$$

设它的自作用为

$$V(\varphi) = -\mu^2 \text{tr}(\varphi^* \varphi) + \frac{1}{4!} \lambda [\text{tr}(\varphi^* \varphi)]^2, \quad (15)$$

并设相应的树图真空期望值只有 φ_5 分量

$$\langle \varphi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_0 = \frac{12\mu^2}{\lambda}. \quad (16)$$

这里要说明的是, 对于(12)和(15)式所给出的自作用, 在消除 Goldstone 玻色子后仍有一些质量为零的玻色子(属 Higgs 粒子). 考虑动力学自发破坏和圈图的贡献后, 可使它们获得一定的质量. 关于这个问题我们不打算多作讨论, 因为它们质量的大小对本文讨论的轻子质量差并无实质性影响.

通过 φ 与轻子的汤川耦合

$$\sqrt{2} f \bar{\phi}_L \varphi \phi_R + \text{h. c.} \quad (17)$$

可使 e 和 l 获得相同的质量

$$m_e = m_l = f\varphi_0. \quad (18)$$

在规范场中,除光子 $A_\mu \equiv \frac{1}{2}(A_\mu^3 - \sqrt{3}A_\mu^8)$ 外,其他规范场都将从 φ 的真空期待值获得质量,其中 W_μ 和 Z_μ [$W_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2)$, $Z_\mu \equiv \frac{1}{2}(\sqrt{3}A_\mu^3 + A_\mu^8)$] 的质量为

$$M_W^2 = \frac{1}{2}g^2\varphi_0^2, \quad M_Z^2 = \frac{2}{3}g^2\varphi_0^2, \quad (19)$$

M_W^2 与 M_Z^2 的比值与 W-S 模型在 $\sin^2\theta_w = \frac{1}{4}$ 时所给出的值一样(引入 3^* Higgs 场亦不改变这一比值). V_μ 和 U_μ 的质量现分别变成

$$M_V^2 = \frac{3}{4}g^2\chi_0^2 + \frac{1}{2}g^2\varphi_0^2, \quad M_U^2 = \frac{3}{4}g^2\chi_0^2 + 2g^2\varphi_0^2. \quad (20)$$

最后我们考察在此模型中动力学地产生 l - e 质量差的可能性,即研究轻子自能的 Dyson 方程是否存在一个反对称的自洽解. 此解的存在意味着轻子对形成了一个 3^* 的复合标量场,从而使 l 和 e 产生质量分裂. 轻子自能的 Dyson 方程的反对称解可表成

$$\Sigma_V(p) = -2il\sigma(p), \quad (21)$$

轻子质量分裂后将成为

$$m_e = f\varphi_0 - \sigma_0, \quad m_l = f\varphi_0 + \sigma_0, \quad (22)$$

其中 $\sigma_0 = \sigma(0)$.

下面先考察轻子 Dyson 方程的线性化近似解,它将给出 $\sigma(p)$ 在 p 大时的渐近行为.

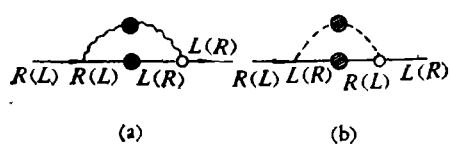


图 1

~⊙~表示规范场, ---⊙---表示 φ 场

轻子 Dyson 方程对应于图 1. 在我们的模型

中, φ 场的收缩只能是 $\overline{\varphi_5} \varphi_5$ 或 $\overline{\varphi_5^*} \varphi_5^*$ 而不是

通常的 $\overline{\varphi_5^*} \varphi_5$. 在 k^2 大时, 它们的行为至多是 $\frac{1}{k^4}$ 而不是通常的 $\frac{1}{k^2}$, 因此图 1(b) 对 $\sigma(p)$ 大 p 渐近领头项无贡献. 在考虑线性化近似方程时只要考虑图 1(a) 就够了. 当出现动力学自发破坏时图 1(a) 的顶角包含奇异和非奇异两部份. 由于采用 Landau 规范奇异部份不作贡献. 对非奇异部份我们像通常一样, 只取耦合常数最低次项 (Hartree-Fock 近似), 这样得出的线性近似方程为

$$\sigma(p) = -2ig^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\sigma(p+k)}{k^2(p+k)^2}, \quad p \text{ 大时} \quad (23)$$

根据文献[3], 此方程在 $g^2 < 2\pi^2$ 时的确存在解²⁾

$$\sigma(p) = \left(\frac{p^2}{f^2\varphi_0^2}\right)^{-\epsilon}, \quad \epsilon \equiv \frac{g^2}{8\pi^2}, \quad p \text{ 大时} \quad (24)$$

此解的存在意味着 $SU(3)$ 规范场在 3 轻子与 3^* 反轻子间提供吸引力使它们有可能形成

1) 当 φ_5 与 φ_5^* 有混合时, 还可能是 $\overline{\varphi_5} \varphi_5$ 或 $\overline{\varphi_5^*} \varphi_5^*$.

2) 条件 $g^2 < 2\pi^2$ 对于我们模型肯定是成立的. 另外, 渐近解中的质量尺度不一定要取为 $f\varphi_0$, 但 $f\varphi_0$ 是理论中自然的尺度. 而且尺度取为 $f\varphi_0$ 时, 前面的系数就是 $\sigma_0 + O(g^4)^{[3]}$.

复合 Goldstone 玻色子. 如大家所知, 若左、右手费米子都属于表示 $\underline{3}$ (或都属于 $\underline{3}^*$), 则线性化方程不存在解, 从而排除了形成复合 Goldstone 粒子的可能性. 用类似的考虑可以知道此模型不存在 δ 复合标量场. 因此唯一能减少的 Higgs 场就是 $\underline{3}^*$.

Σ_V 的存在使规范场及 φ 场也获得一个附加的质量. 设总的规范场自能为¹⁾

$$\pi_a(k) = \pi_a^H(k) + \pi_a^D(k), \quad (25)$$

指标 a 表示除光子外的其他质量矩阵对角状态 (即 W, Z, V, U), π_a^H 是纯粹 H_{1688} 场贡献的部份, π_a^D 是考虑动力学自发破坏后附加的部份. π_a^D 主要由图 2(a) 中所画中的轻子对圈图贡献的. φ 场的自能亦有相应的两部份 (见图 2(b))

$$\Delta_b(k) = \Delta_b^H(k) + \Delta_b^D(k) \quad (26)$$

指标 b 表示 φ 场各分量. χ 场由于和轻子不耦合故可不考虑其自能的动力学破坏部份. 利用重正化群方法⁵⁾ 可求得 π_a^D, Δ_b^D 的大动量渐近行为

$$\pi_a^D(k) = \pi_{0a}^D \left(\frac{k^2}{f^2 \varphi_0^2} \right)^{-2\epsilon}, \quad \Delta_b^D(k) = \Delta_{0b}^D \left(\frac{k^2}{f^2 \varphi_0^2} \right)^{-2\epsilon}. \quad k \text{ 大时} \quad (27)$$

从线性化近似方程(23)不能确定 σ_0 的值, 为了计算轻子质量差, 还必须进一步考虑 Dyson 方程的非线性效应. 这将在下一节讨论.

四、轻子质量差

我们用 Cornwall, Jackiw 和 Tomboulis 所提出的 Rayleigh-Ritz 近似⁶⁾ 来求 σ_0 以及 π_{0a}^D 和 Δ_{0b}^D . 为此先推导有自发破坏与无自发破坏的有效势的差 Ω

$$\Omega = V_{\text{eff}}^{\text{sp}} - V_{\text{eff}}^{\text{ns}}$$

我们只对 φ_5 和 χ_8 引入单粒子外源, 双粒子外源则对轻子对、规范介子对和 φ 介子对引入 (由于不考虑 χ 自能的动力学自发破坏, 故对 χ 不引入双粒子外源). 我们将外源不为零时 φ_5 和 χ_8 的真空期待值记作

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\varphi} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{\sqrt{6}} \bar{\chi} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

将有外源时 $\sigma(p), \pi_a^D$ 和 Δ_b^D 的渐近行为记作

$$\sigma(p) = \bar{\sigma} \left(\frac{p^2}{f^2 \varphi^2} \right)^{-\epsilon}, \quad \pi_a^D(k) = \bar{\pi}_a^D \left(\frac{k^2}{f^2 \varphi^2} \right)^{-2\epsilon}, \quad \Delta_b^D(k) = \bar{\Delta}_b^D \left(\frac{k^2}{f^2 \varphi^2} \right)^{-2\epsilon}, \quad \bar{\sigma}, \bar{\pi}_a^D \text{ 和 } \bar{\Delta}_b^D \text{ 为}$$

变分参数. 像文献[6]一样, 在计算 Ω 中的积分时, 对大动量部份, 自能用它们的渐近行为代入, 而对小动量部份则分别代成 $\bar{\sigma}, \bar{\pi}_a^D, \bar{\Delta}_b^D$ 等常数²⁾. 这样 Ω 就将是 $\bar{\chi}, \bar{\varphi}, \bar{\sigma}, \bar{\pi}_a^D, \bar{\Delta}_b^D$ 的

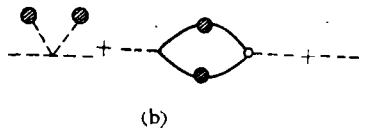
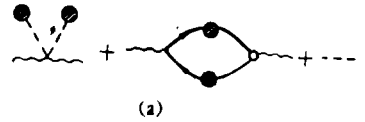


图 2

1) 这里的自能是指真空极化张量 $\pi_{\alpha\mu\nu}(k)$ 中的 $\pi_\alpha(k)$, 两者的关系是 $\pi_{\alpha\mu\nu}(k) = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \pi_\alpha(k)$.

2) 中间范围的过渡方式只影响 Ω 中的次大项即 $O(1)$ 项的系数. 对本文目的来说, 重要的只是 Ω 中的最大项即 $O\left(\frac{1}{\epsilon}\right)$ 的项, 因而不受中间范围过渡方式的影响. 我们只在定性讨论动力学破坏的某些性质时, 才需要保留有关的 $O(1)$ 项.

函数.

求出 \mathcal{Q} 后即可由极小条件

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \chi} = \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \bar{\varphi}} = \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \bar{\sigma}} = \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \pi_a^2} = \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \Delta_b^2} = 0 \quad (28)$$

解出 $\chi_0, \varphi_0, \sigma_0, \pi_{0a}^2, \Delta_{0b}^2$ 的值.

我们将 \mathcal{Q} 按圈图数展开并计算到两圈图的贡献. 两圈图共有图 3 所示的九个, 但其

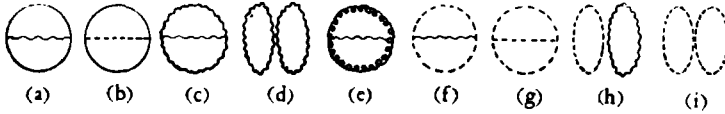


图 3 $\sigma\sigma\sigma$ 代表鬼场

中 (c), (d), (e), (f), (h) 在重正化后剩下的只是 $O(g^2)$ 的小项, 在 λ 和 λ' 小的假定下 ($\lambda, \lambda' \ll g^2, f$), (g) 和 (i) 亦可略去, 这样两圈图中剩下的就只是 (a) 和 (b). 这时 \mathcal{Q} 的公式是^{[6]1)}

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} = & U(\chi) + V(\bar{\varphi}) - i \text{Tr} \sum_{\text{轻子}} [\ln(S_0^{-1}S) - \mathcal{S}^{-1}S + 1] \\ & + \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{A'} [\ln(D_0^{-1}D) - \mathcal{D}^{-1}D + 1] + \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\varphi_b} [\ln(G_0^{-1}G) - \mathcal{G}^{-1}G + 1] \\ & + \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\chi_i} [\ln(K_0^{-1}K) - \mathcal{K}^{-1}K + 1] - \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\text{轻子}, A'} [\Gamma(S - S_0)\Gamma(S - S_0)D_0] \\ & - \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\text{轻子}, \varphi_b} [\Gamma'(S - S_0)\Gamma'(S - S_0)G_0] - \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\text{轻子}, A'} (\Gamma S \Gamma S - \Gamma S_0 \Gamma S_0)(D - D_0) \\ & - \frac{i}{2} \text{Tr} \sum_{\text{轻子}, \varphi_b} (\Gamma' S \Gamma' S - \Gamma' S_0 \Gamma' S_0)(G - G_0) \end{aligned} \quad (29)$$

其中 Tr 是泛函意义下的矩阵求迹, S_0, D_0, G_0, K_0 分别为轻子、规范场、 φ 场和 χ 场的自由传播子, S, D, G, K 是它们的物理传播子, $\mathcal{S}, \mathcal{D}, \mathcal{G}$ 和 \mathcal{K} 为 Higgs 场平移后的自由传播子.

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^{-1} & \equiv -i \frac{\delta^2 I}{\delta \psi \delta \bar{\psi}} \Big|_{\varphi=\bar{\varphi}}, & \mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1ij} & \equiv -i \frac{\delta^2 I}{\delta A_\mu^i \delta A_\nu^j} \Big|_{\varphi=\bar{\varphi}, \chi=\bar{\chi}}, \\ \mathcal{G}^{-1} & \equiv -i \frac{\delta^2 I}{\delta \phi \delta \phi^*} \Big|_{\varphi=\bar{\varphi}}, & \mathcal{K}^{-1} & \equiv -i \frac{\delta^2 I}{\delta \chi \delta \chi} \Big|_{\chi=\bar{\chi}}. \end{aligned}$$

其中 $I = \int \mathcal{L} d^4x$, Γ 和 Γ' 分别为图 3(a) 和 (b) 中的顶角. 另外若假定 $g^4, f^4 \ll \lambda, \lambda'$, 则单圈图给出的辐射修正亦可略去²⁾. 这时 $\pi_a^H(0)$ 和 $\Delta_b^H(0)$ 就是树图的结果.

为了定性地讨论此种破坏的性质, 我们在与动力学破坏有关的项中保留到 $O(1)$ 的项. 这样求得的 \mathcal{Q} 为

1) 我们采用 $\mu = 1, 2, 3, 4$ 的度规, 这一点与文献[6]有所不同.

2) 由于在最后计算中, φ_0 通过 m_s 和费米耦合常数 G_F 的实验值来确定, 故这一假定对结果并无实质性影响.

$$\begin{aligned}
Q = & U(\bar{\chi}) + V(\bar{\varphi}) + \frac{\bar{\sigma}^4}{32\pi^2\epsilon} - \frac{f^2}{g^2} \frac{\bar{\sigma}^4}{16\pi^2} - \frac{f^4\bar{\varphi}^4}{8\pi^2} \left[\left(1 + \frac{\bar{\sigma}}{f\bar{\varphi}}\right)^4 \ln \left(1 + \frac{\bar{\sigma}}{f\bar{\varphi}}\right) \right. \\
& + \left. \left(1 - \frac{\bar{\sigma}}{f\bar{\varphi}}\right)^4 \ln \left(1 - \frac{\bar{\sigma}}{f\bar{\varphi}}\right) - 7 \left(\frac{\bar{\sigma}}{f\bar{\varphi}}\right)^2 \right] + \sum_{a=W,V,U} \frac{3(\bar{\pi}_a^D)^2}{128\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\pi_a(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) \\
& + \frac{3(\bar{\pi}_Z^D)^2}{256\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\pi_Z(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) - \sum_{a=W,V,U} \frac{3\bar{\pi}_a^D(2\pi_a(0) - \bar{\pi}_a^D)}{64\pi^2} \\
& - \frac{3\bar{\pi}_Z^D(2\pi_Z(0) - \bar{\pi}_Z^D)}{128\pi^2} + \frac{3g^4\bar{\varphi}^4}{128\pi^2} \ln \frac{\pi_W(0)}{f^2\bar{\varphi}^2} + \frac{3\left(g^2\bar{\varphi}^2 + \frac{3}{2}g^2\bar{\chi}^2\right)^2}{128\pi^2} \ln \frac{\pi_V(0)}{f^2\bar{\varphi}^2} \\
& + \frac{3\left(4g^2\bar{\varphi}^2 + \frac{3}{2}g^2\bar{\chi}^2\right)^2}{128\pi^2} \ln \frac{\pi_U(0)}{f^2\bar{\varphi}^2} + \frac{g^4\bar{\varphi}^4}{48\pi^2} \ln \frac{\pi_Z(0)}{f^2\bar{\varphi}^2} \\
& - \sum_{a=W,V} \frac{3\bar{\sigma}^2\bar{\pi}_a^D}{256\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\pi_a(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) - \frac{\bar{\sigma}^2\bar{\pi}_Z^D}{128\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\pi_Z(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) \\
& + \sum_{b=5R,5I} \frac{(\bar{\Delta}_b^P)^2}{256\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\Delta_b(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) + \sum_{b=1,2,3,4,6} \frac{(\bar{\Delta}_b^P)^2}{128\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\Delta_b(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) \\
& - \frac{1}{128\pi^2} \left[\sum_{b=5R,5I} \bar{\Delta}_b^P + 2 \sum_{b=1,2,3,4,6} \bar{\Delta}_b^P \right] \times \left[\frac{1}{6} \lambda \bar{\varphi}^2 - 2\mu^2 + \sum_{b=5R,5I} \bar{\Delta}_b^P \right. \\
& + \left. 2 \sum_{b=1,2,3,4,6} \bar{\Delta}_b^P \right] + \frac{1}{64\pi^2} \left(\frac{\lambda}{12} \bar{\varphi}^2 - \mu^2 \right)^2 \left[\sum_{b=5R,5I} \ln \frac{\Delta_b(0)}{f^2\bar{\varphi}^2} + 2 \sum_{b=1,2,3,4,6} \ln \frac{\Delta_b(0)}{f^2\bar{\varphi}^2} \right] \\
& - \frac{f^2}{g^2} \left[\sum_{b=5R,5I,2,3} \frac{\bar{\sigma}^2\bar{\Delta}_b^P}{64\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\Delta_b(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) + \sum_{b=4,6} \frac{\bar{\sigma}^2\bar{\Delta}_b^P}{32\pi^2\epsilon} \left(1 - 4\epsilon \ln \frac{\Delta_b(0)}{f^2\bar{\varphi}^2}\right) \right] \\
& + \text{虚部} \tag{30}
\end{aligned}$$

其中 $\pi_a(0) = \pi_a^H(0) + \bar{\pi}_a^D$, $\Delta_b(0) = \Delta_b^H(0) + \bar{\Delta}_b^P$, $\pi_a^H(0)$ 和 $\Delta_b^H(0)$ 就是树图的结果, (30)式中的虚部正比于 $\theta \left(\mu^2 - \frac{\lambda}{12} \bar{\varphi}^2 - \bar{\Delta}_b^P \right)$. 由于在极小点处, $\mu^2 - \frac{\lambda}{12} \bar{\varphi}^2 - \bar{\Delta}_b^P$ 不能大于零, 故虚部可以不考虑^[7]. 我们看到 Q 中的最大项具有量级 $\frac{1}{\epsilon} \sim \frac{1}{g^2}$. 这正是动力学破坏非微扰论特性的表现.

由(30)及 $\frac{\partial Q}{\partial \bar{\pi}_a^D} = 0$ 可解出 $\bar{\pi}_a^D$. 当保留最大项时, 它们具有下述简单的表达式

$$\bar{\pi}_W^D = \frac{1}{4} \bar{\sigma}^2, \quad \bar{\pi}_Z^D = \frac{1}{3} \bar{\sigma}^2, \quad \bar{\pi}_V^D = \frac{1}{4} \bar{\sigma}^2, \quad \bar{\pi}_U^D = 0, \tag{31}$$

从这里我们看到 $\bar{\pi}_W^D/\bar{\pi}_Z^D = \frac{3}{4} = \cos^2\theta_W$, 与单纯 Higgs 场树图给出的结果相同. 这就是说, 在此模型中计及非微扰论的动力学自发破坏后, 原来与实验符合的 Z_μ 与 W_μ 的质量比关系仍然保持未变. 得出这一结果并不奇怪. 因现在动力学自发破坏产生的是 $\underline{3}^*$ 表示的复合标量场, 而如前所述, $\underline{3}^*$ 的出现并不影响 Z_μ 与 W_μ 的质量比.

类似地, 由 $\frac{\partial Q}{\partial \bar{\Delta}_b^P} = 0$ 可求得 $\bar{\Delta}_b^P$ 的最大项为

$$\Delta_1^D = 0, \Delta_{5R}^D = \Delta_5^D = \Delta_3^D = \Delta_2^D = 2\Delta_2^D = 2\Delta_3^D = 2 \frac{f^2}{g^2} \sigma^2 \quad (32)$$

其中下标 5R 和 5I 分别代表 φ_5 的实部和虚部。从 (32) 式可见, 除 φ_1 外, 其他各 φ_i 皆从动力学破坏获得附加质量¹⁾。

将 (31) 和 (32) 代入 (30), 则当只保留最大项时, 从 $\frac{\partial Q}{\partial \sigma} = 0$ 给出 σ_0 满足的方程为

$$\left(\frac{\sigma_0}{f\varphi_0}\right)^3 \left(\frac{83}{3} - 112 \frac{f^4}{g^4}\right) = 0, \quad (33)$$

其中 φ_0 代表由实验定出的 φ 值(定法见后)。由此得到 σ_0 有非零解的条件为

$$f = 0.7g. \quad (34)$$

以上结果似乎表明 f 具有确定的本征值, 但实际上并不完全如此。如果保留 Q 中次大项来计算 ((31) 和 (32) 亦应取到次大项), 则 σ_0 非零解的条件并不把 f 限制到一个确定值而只限制它在一个范围内。为了估计这一范围的大小, 我们先考虑 (31) 式的修正。在

由方程 $\frac{\partial Q}{\partial \pi_a^D} = 0$ 计算 π_a^D 时, 我们将其中出现的因子 $\frac{1}{\pi_a^H(0) + \pi_a^D}$ 按 $\frac{\pi_a^D}{\pi_a^H(0)}$ 来展开 (从 (34) 式估计, $\frac{\pi_a^D}{\pi_a^H(0)} \approx \frac{1}{4}$) 并保留一改正项, 这样得出的结果是

$$\pi_W^D = \frac{1}{4}(1+4e)\sigma^2, \pi_Z^D = \frac{1}{3}(1+4e)\sigma^2, \pi_V^D = \frac{1}{4}(1+4e)\sigma^2, \pi_0^D = 0. \quad (35)$$

对于 Δ_1^D , 在我们已经假定的 $\lambda \ll g^2$ 条件下, 与上面相当的改正项为零, 即 (32) 式的结果不变。考虑次大项后 (33) 式修正为

$$\begin{aligned} y^3 \left\{ \frac{1}{e} \left[64 - 3 \left(1 - 4e \ln \left[\frac{g^2}{2f^2} + \frac{y^2}{4} \right] \right) - 3 \left(1 - 4e \ln \left[\frac{3g^2\chi_0^2}{4f^2\varphi_0^2} + \frac{y^2}{4} \right] \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{8}{3} \left(1 - 4e \ln \left[\frac{2g^2}{3f^2} + \frac{y^2}{3} \right] \right) - 224 \frac{f^4}{g^4} \left(1 + \frac{e}{2} - \frac{4e}{7} \ln \left[\frac{f^2}{g^2} y^2 + \frac{\lambda}{12f^2} - \frac{\mu^2}{f^2\varphi_0^2} \right] \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{48e}{7} \ln \left[\frac{2f^2}{g^2} y^2 + \frac{\lambda}{12f^2} - \frac{\mu^2}{f^2\varphi_0^2} \right] \right\} - F(y) \right\} = 0 \quad (36) \end{aligned}$$

其中 $y = \frac{\sigma_0}{f\varphi_0}$, $F(y) = \frac{64}{y^3} \{ (1+y)^3 [4\ln(1+y) + 1] - (1-y)^3 [4\ln(1-y) + 1] - 14y \}^2$,

现在, σ_0 的非零解条件由 (36) 式曲括弧中的项为零给出。实际上 (36) 中 $F(y)$ 以外的对数项都是可忽略的。以 $4e \ln \left[\frac{3g^2\chi_0^2}{2f^2\varphi_0^2} + \frac{y^2}{4} \right]$ 来说, 在 $\frac{\chi_0^2}{\varphi_0^2}$ 达到 10^4 时仍然是可忽略的小量。

这样 σ_0 的非零解条件就近似为

$$\frac{83}{3} - 112 \frac{f^4}{g^4} - \frac{e}{2} F(y) = 0. \quad (37)$$

由于 $g = 2e$ (e 为电子电荷) 是已知的, 故上式给出 y 和 f 之间一个关系。当 y 从 0 变到

1) 后面得出 $f^2/g^2 \approx \frac{1}{2}$, $\sigma^2 \approx f^2\varphi_0^2$, 因而 $2 \frac{f^2}{g^2} \sigma^2 \approx \frac{1}{2} g^2\varphi_0^2$, 它与规范介子 W_μ 的质量平方同量级。

2) $F(0)$ 是有限的。

1 时(即 m_e 从 m_l 变到零), 相应的 f 将在一个范围 Δf 内变化. 由(37)解出的 Δf 是一个很小的值, $\frac{\Delta f}{f} \sim 0(\epsilon)$. 这样, 虽然在动力学自发破坏的分类中, 本文所讨论的模型属于无本征值条件的 A 类模型^[8], 但计及 Dyson 方程的非线性效应后, f 也被限制到一个很小范围. 这是一个值得注意的特点.

为了定出 φ_0 , y 和 f , 我们可以将(37)式与费米耦合常数 G_F 和 m_e 的表达式

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8(\pi_{\tilde{W}}^H(0) + \pi_{\tilde{W}}^P)} = \frac{1}{4\varphi_0^2 \left(1 + \frac{f^2}{2g^2} y^2\right)} \quad (38)$$

$$m_e = f\varphi_0(1 - y) \quad (39)$$

联合求解((38)式与(39)式左方用实验值代入). 确定 φ_0 , f 和 y 后我们算出

$$m_l \cong 2f\varphi_0 \cong 1.3 \times 10^2 \text{ GeV}. \quad (40)$$

这样, l 轻子就不是 μ 或 τ , 而是一个尚未发现的重轻子¹⁾.

以上我们研究了一个多重态内部(相应于一代)由动力学破坏产生轻子质量差问题. 至于各代之间的质量差是否也能由动力学自发破坏来产生以及将此模型推广到层子的问题, 则将在另外的工作中讨论.

参 考 文 献

- [1] S. Weinberg, *Phys. Rev.*, **D5** (1972), 1962.
- [2] 周光召、高崇寿, 《 $SU(3)$ 弱电统一理论》预印本.
- [3] J. M. Cornwall and R. E. Norton, *Phys. Rev.*, **D8** (1973), 3338.
- [4] F. Englert and R. Brout, *Phys. Lett.*, **49B** (1974), 77.
- [5] 邝宇平、易余萍, 高能物理与核物理, **2**(1978), 488.
- [6] J. M. Cornwall, R. Jackiw and Tomboulis, *Phys. Rev.*, **D10** (1974), 2428.
- [7] S. Coleman and E. Weinberg, *Phys. Rev.*, **D7** (1973), 1888.
- [8] F. Englert, J. M. Frere and P. Nicoletopoulos, *Phys. Lett.*, **59B** (1975), 346, *Ibid*, **52B** (1974), 443.

$SU(3)$ LEPTON MODEL AND THE DYNAMICAL GENERATION OF LEPTON MASS DIFFERENCES

KUANG YU-PING

CAO CHANG-QI

(Peking University)

(Lanzhou University)

ABSTRACT

A $SU(3)$ lepton model is discussed in which the left- and right-handed leptons are on equal footing and $\sin^2\theta_w=1/4$ is obtained. Dynamical symmetry breaking is investigated to see if lepton mass difference can be generated in this way so as to reduce the number of Higgs scalars and Yukawa coupling constants. Calculating the effective potential up to two-loop graphs gives the results that composite Goldstone bosons can exist only when the remained Yukawa coupling constant lies within a certain range. The corresponding heavy lepton mass obtained is about 130 GeV.

1) 这一结论是在 f' , $g' \ll \lambda$, $\lambda' \ll f'$, g^2 的假定下得出的. 如果上述假定不成立, 则此结论未必正确.