第4卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 4, No. 5
1980年9月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Sept., 1980

标量介子场与原子核的平均性质

张启仁
(北京大学)

摘要

设原子核由一标量介子场束缚，用 Thomas-Fermi 方法和 Van der Waals 近似计算了它们的平均性质．取标量介子质量为 472 MeV，核子排斥心半径为 0.57 fm，算得的结合能表达式与经验公式相近．$N > Z$ 的核有一中子皮．

采用 [1] 的假定、符号和单位，将讨论的对象扩大到中子数 N 与质子数 Z 不相等的核．[2] 中作了类似的讨论，但假定了中子与质子在核内均匀混合，由此算得的对称能比经验值高．现在取消这一假定，按能量极小的要求确定中子与质子的分布，并计算相应的能量值．

质量数仍为

$$A = \alpha\beta \int_0^{\xi_0} \frac{p^3}{(1 + bp)^3} \xi^2 d\xi. \tag{1}$$

引入局域不对称参量

$$i(\xi) = \frac{n_N(\xi) - n_Z(\xi)}{n_N(\xi) + n_Z(\xi)}, \tag{2}$$

其中 n_N 与 n_Z 分别为中子数密度与质子数密度．质子数为

$$Z = \alpha\beta \int_0^{\xi_0} \frac{1 - i}{2} \frac{p^3}{(1 + bp)^3} \xi^2 d\xi. \tag{3}$$

核内核子能量为

$$E_1 = \alpha\beta \int_0^{\xi_0} \left\{\chi + 0.15[(1 + i)^{5/3} + (1 - i)^{5/3}] \frac{p^2}{\chi}\right\} \frac{p^3}{(1 + bp)^3} \xi^2 d\xi. \tag{4}$$

标量介子场能为

$$E_2 = \frac{\beta}{2} \int_0^{\infty} \left[\left(\frac{d\chi}{d\xi}\right)^2 + (1 - \chi)^2\right] \xi^2 d\xi. \tag{5}$$

原子核的总能量[1)]为

$$E = E_1 + E_2. \tag{6}$$

要求在 A, Z 均不变的条件下 E 取极小值．对 χ 变分得

$$\frac{d^2\chi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{d\chi}{d\xi} - \chi = \frac{\alpha p^3}{(1 + bp)^3} \left\{1 - 0.15[(1 + i)^{5/3} + (1 - i)^{5/3}] \frac{p^2}{\chi^2}\right\} - 1, \tag{7}$$

本文 1979 年 6 月 5 日收到．

1) 此处只考虑了强作用，库仑作用在下面当微扰考虑．

对 p 变分得

$$[(1+i)^{5/3}+(1-i)^{5/3}](2bp^3+5p^2)+20\chi\left(\chi-\chi_0+\lambda\frac{1-i}{2}\right)=0, \tag{8}$$

对 i 变分得

$$[(1+i)^{2/3}-(1-i)^{2/3}]p^2-2\lambda\chi=0, \tag{9}$$

χ_0 与 λ 为拉氏乘子.

(7) 和 (8) 是 [1] 中 (12) 和 (13) 的推广，条件 (9) 和拉氏乘子 λ 是新增加的. (9) 的出现是由于允许中子分布和质子分布彼此独立地变化，λ 的出现则由于多了一个条件：Z 不变.

由 (9) 知，如 $\lambda=0$ 则在 $p\neq 0$ 处（有核子的地方）必有 $i=0$，即 $N=Z$. 换句话说，对 $N\neq Z$ 的核必有 $\lambda\neq 0$. 随着 ξ 增加 $\chi\to 1$，$p\to 0$. 因此对 $N>Z$ 的核必存在一 $\xi_1<\xi_0$:

$$p^2(\xi_1)=2^{1/3}\lambda\chi(\xi_1). \tag{10}$$

为使 E 取极小，在 $\xi_1\leqslant\xi\leqslant\xi_0$ 处必有 $i=1$，亦即 $n_Z=0$. 故存在一层从 ξ_1 到 ξ_0 的中子皮，数值解证实了这一点.

利用条件 (8)、(9) 可从 (7) 中消去 i, p，使它成为一个未知函数 $\chi(\xi)$ 的常微分方程，χ_0, λ 为参数. 再将 [1] 中定得的常数如标量介子质量 $m_s=472\,\text{MeV}$，核子排斥心半径 $a=0.57\,\text{fm}$，$\alpha=8.8196\cdots$ 等代入即可作数值解. 对 32 对 χ_0, λ 解出了 $\chi(\xi)$，再由 (8)、(9) 定出相应的 $p(\xi)$ 和 $i(\xi)$. 代入 (1)、(3)、(4)、(5) 和 (6) 求出 A、Z 和 E，从而求出结合能

$$B=m_0A-E-E_c, \tag{11}$$

其中 E_c 为库仑能，由质子分布

$$n_Z(\xi)=\frac{1-i(\xi)}{2}n(\xi)$$

经数值积分求得. 可用 $A^{-1/3}$ 和 $I=\dfrac{N-Z}{A}$ 的多项式表示算得的 B 和 A, Z 的关系:

$$\begin{aligned}B(\text{MeV})=[&15.677-18.56A^{-1/3}-5.346A^{-2/3}+9.327A^{-1}+2.128A^{-4/3}\\&-(32.634-63.318A^{-1/3}+49.35A^{-2/3})I^2\\&+(10.915-5.915A^{-1/3})I^4-1.874I^6]A-E_c.\end{aligned} \tag{12}$$

库仑能 E_c 可用两种方式表达，一种方式表成 $A^{-1/3}$ 和 I 的多项式:

$$\begin{aligned}E_c(\text{MeV})=0.71775\Big[&1+0.00847A^{-1/3}-1.1264A^{-2/3}+1.440A^{-1}\\&-0.873A^{-4/3}-(0.00646-1.0313A^{-1/3}+2.061A^{-2/3}\\&-1.694A^{-1})I-(0.2282-1.0093A^{-1/3}+1.730A^{-2/3})I^2\\&-(0.0546-0.834A^{-1/3})I^3+0.4I^4\Big]\frac{Z^2}{A^{1/3}};\end{aligned} \tag{13}$$

另一种方式表成 $Z^{-1/3}$ 和 I 的多项式

$$E_c(\text{MeV})=0.56968[1+0.00672Z^{-1/3}-0.7096Z^{-2/3}+0.720Z^{-1}$$

$$- 0.346Z^{-4/3} - (0.3403 - 0.7956Z^{-1/3} + 0.770Z^{-2/3} - 0.432Z^{-1})I - (0.3574 - 0.4236Z^{-1/3} + 0.395Z^{-2/3})I^2 + (0.00186 + 0.146Z^{-1/3})I^3 + 0.1895I^4]Z^{5/3}. \tag{14}$$

由(12)、(13)看到这里得到的结合能公式中，体积能、表面能和库仑能首项与[3]中的经验值一致．这不奇怪，因为它们都是[1]的输入．这种输出和输入的一致只能证明理论无内在矛盾和计算无误．要检验理论是否符合实际须看其它项，其中主要是对称能．在(12)中它是方括号中 I^2 项的系数:

$$E_{\rm sym} = 32.634 - 63.318A^{-1/3} + 49.35A^{-2/3}. \tag{15}$$

[3]中的对称能可表为

$$E'_{\rm sym} = 28.062 - 33.222A^{-1/3}. \tag{16}$$

两式看来很不相同，但在确有"经验"的 A 的区间中它们的值却很相近：在 $14 \leqslant A \leqslant 240$ 的广大区间中相差不到 1 MeV，不到"经验值"的 5%；而在区间 $21 \leqslant A \leqslant 80$ 中相差不到 0.21MeV，不到"经验值"的 1%．且高次(I^4)项有助于减小这种差别．看来有希望由此得到一个既有微观理论基础又符合实际的结合能公式．

参考文献

[1] 张启仁，高能物理与核物理，3(1979)，75.
[2] 张启仁，原子核物理(1978年会议资料选编)，p28.
[3] W. D. Myers and W. J. Swiatecki., *Nucl. Phys.*, 81 (1966), 1.

SCALAR MESON FIELD AND THE AVERAGE PROPERTIES OF ATOMIC NUCLEI

ZHANG QI-REN
(*Peking University*)

ABSTRACT

Assuming that the atomic nuclei are bounded by a scalar meson field, their average properties were calculated by Thomas-Fermi method and Van der Waals approximation. Taking the mass of the scalar meson to be 472MeV and the radius of the repulsive core of nucleons to be 0.57fm, the calculated expresion of binding energies is similar to the empirical formulae. Nucleus with N>Z has a neutron skin.