

# 耦合道光学模型解法的改进

杨 泽 森  
(北 京 大 学)

## 摘 要

本文在比例系数递推法的基础上改进了耦合道光学模型的解法,由此建立起具有如下优点的求解方案:(i)不需要引入未知函数的暂用值。(ii)便于采用多点公式作为起始公式。(iii)无论是否考虑闭道的影响,都可将从原点出发的递推过程进行到外部区域。

## 引 言

在求解耦合道光学模型的径向方程组,以确定散射矩阵时,通常采用的函数值递推法有时不甚方便。

首先,为了能够从原点出发进行递推,除了要用到原来的方程组及在原点处的边条件之外,还要在邻近点给出未知函数的假定值,作为递推起始处的暂用值。在耦合道情形,为了尽量缩小递推起始处的误差而又不使计算量显著增大,最好是采用多点的起始公式。这时,要直接引用充分多的暂用值是不实际的。

另外,由于直接涉及靶核的激发态,当入射能量较低时,需要考虑某些闭道的影响。这时,根据原点边条件及邻近点的暂用函数值来作递推,则递推过程不能进行到外部区域<sup>[1]</sup>(见正文第二节),这使求解工作变得繁杂。

在我们前些时候进行的计算工作中,为了避免引入上述的暂用函数值,北京大学数力系参加人员采用比例系数法来代替函数值递推法。当时,由于所用的递推公式和起始公式都过于粗略,又不考虑闭道的影响,比例系数法未能充分发挥作用。

本文工作的主要内容,是在比例系数递推法的基础上,针对上面所说的两类问题来改进耦合道光学模型的解法,从而建立如下的求解方案:在原点附近,直接采用精确度较高的多点公式作为起始公式,它给出起始处若干个点的函数值之间的一个线性关系。由此,并根据目前普遍采用的包含三点的 Noumerov 公式<sup>[2]</sup>,建立比例系数的递推关系,从原点起递推几步之后,得出两个相邻点函数值的一个线性关系。继续递推下去,一直进行到外部区域,就会得到在外部区域的两个相邻点函数值的一个线性关系,把它用到径向函数的渐近式上,即可确定散射矩阵。

扼要地说,这种求解方案,具有本文摘要中所列举的三个优点。

## 一、耦合方程组和散射矩阵

为了便于叙述,在本文中假定入射粒子是中子. 设  $\chi_{s,m_s}$  代表中子的自旋态

$$\left(s = \frac{1}{2}, \quad m_s = \pm \frac{1}{2}\right),$$

$\Phi_{nM}$  描写靶核(及余核)态. 其中  $M$  是核自旋的投影,  $n = 1, 2, \dots, \bar{n}$ , 一定的  $n$  值代表一定的核自旋  $I_n$ , 宇称  $\Pi_n$  以及能量  $\omega_n$  等. 光学势  $V$  含有中子的坐标和自旋变量, 又含有靶核变量. 设靶核初态是  $\Phi_{n_0 M_0}$ , 入射能为  $E_{n_0}$  (质心坐标系), 约化质量为  $\mu$ . 令

$$k_{n_0} = \sqrt{\frac{2\mu E_{n_0}}{\hbar^2}},$$

取入射方向为  $Z$  轴方向, 于是入射波的相对运动部分为  $e^{ik_{n_0}z}$ . 在  $V$  的作用下, 靶核及中子的波函数都发生变化:

$$e^{ik_{n_0}z} \chi_{s,m_s} \Phi_{n_0 M_0} \xrightarrow{V} \Psi.$$

(入射波) (总波函数)

把入射波按总角动量  $J$  及宇称  $\Pi$  展开:

$$e^{ik_{n_0}z} \chi_{s,m_s} \Phi_{n_0 M_0} = \sum_{\Pi J M j_0} \sqrt{\pi(2l_0 + 1)} \langle l_0 0 s m_s^0 | j_0 m_s^0 \rangle \langle j_0 m_s^0 I_{n_0} M_0 | J M J \rangle \frac{1}{k_{n_0} r} [2F_{l_0}(k_{n_0} r)] (\mathcal{Y}_{l_0 i_0} \otimes \Phi_{n_0})_{\Pi J M J}, \quad (1.1)$$

其中  $l_0$  及  $j_0$  分别为中子的轨道角动量和总角动量,  $F_l(x)$  是球贝塞函数  $j_l(x)$  与  $x$  的积, 当  $x$  大时

$$F_l(x) \rightarrow \sin\left(x - \frac{l}{2}\pi\right).$$

$\mathcal{Y}_{l_0 i_0}$  代表中子波函数的角度和自旋部分:

$$\mathcal{Y}_{l_0 i_0 m} \equiv i^{l_0} \sum_{m_1 m_s} \mathcal{Y}_{l_0 m_1}(\theta, \varphi) \chi_{s m_s} \langle l_0 m_1 s m_s | j_0 m \rangle,$$

在入射波的展开式中,  $l_0$  不是求和指标, 因为在一定  $\Pi$ ,  $\Pi_{n_0}$  及  $j_0$  下,  $l_0$  是确定的:

$$l_0 = j_0 + \frac{1}{2} (-1)^{i_0 + \frac{1}{2}} \Pi_{n_0} \Pi.$$

总波函数  $\Psi$  按宇称和角动量的展开式如下:

$$\Psi = \sum_{\Pi J M j_0} \sqrt{\pi(2l_0 + 1)} \langle l_0 0 s m_s^0 | j_0 m_s^0 \rangle \langle j_0 m_s^0 I_{n_0} M_0 | J M J \rangle \cdot \frac{1}{k_{n_0} r} \sum_{n' j'} R_{n' j'}^{\Pi} (r) (\mathcal{Y}_{l' j'} \otimes \Phi_{n'})_{\Pi J M J}, \quad (1.2)$$

这与入射波的展开式是相似的, 只是由于  $l, j$  不是守恒量, 而且靶核态也可以改变, 因此要对  $n' j'$  求和.  $l'$  仍然按上面的方法决定:

$$l' = j' + \frac{1}{2} (-1)^{j'+\frac{1}{2}} \Pi_n \Pi_l.$$

设总体系的哈密顿量为(质心系):

$$\mathcal{H} = -\hbar^2 \frac{\nabla^2}{2\mu} + V + H_T,$$

其中  $H_T$  代表靶核哈密顿量, 于是

$$H_T \Phi_{nM} = \omega_n \Phi_{nM}, \quad (1.3)$$

$$\mathcal{H} \Psi = (E_{n_0} + \omega_{n_0}) \Psi, \quad (1.4)$$

其中  $\omega_n$  是余核处在  $\Phi_{nM}$  时的能量.

根据 (1.3) 及 (1.4), 在  $\Psi$  中把余核以及中子的角度自旋部分分离出去, 就得到径向函数  $R(r)$  所满足的耦合方程组:

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + E_n \right] R_{n_j, n_{j'}, n_{0j_0}}^{J_n}(r) = \sum_{n'j'} V_{n_j, n'j'}^{J_n}(r) R_{n'j', n_{0j_0}}^{J_n}(r), \quad (1.5)$$

其中

$$V_{n_j, n'j'}^{J_n}(r) = ((\mathcal{Y}_{l_j} \otimes \Phi_n)_{n_j M_j} | V | (\mathcal{Y}_{l'j'} \otimes \Phi_{n'})_{n'j' M_j}), \quad (1.6)$$

$$E_n = E_{n_0} + \omega_{n_0} - \omega_n, \quad (1.7)$$

$E_n$  也就是余核处在  $\Phi_n$  态时的相对运动能量. 对于  $\omega_n - \omega_{n_0}$  大于  $E_{n_0}$  的情形,  $E_n$  是负的. 无论  $E_n$  取正值或负值, 都按下式定义正实数  $k_n$ :

$$k_n = \sqrt{2\mu |E_n|}. \quad (1.8)$$

径向函数在零点处应当等于 0, 在  $r$  大时, 应当具有正确的渐近式. 这些就构成求解耦合方程组时的边条件. 渐近式可按  $E_n > 0$  及  $E_n < 0$  分成两类:

$$(1) E_n > 0 \quad R_{n_j, n_{j'}, n_{0j_0}}^{J_n}(r) = \sqrt{\frac{k_{n_0}}{k_n}} \{ \delta_{n n_0} \delta_{j j_0} [ F_{l_0}(k_n r) + i G_{l_0}(k_n r) ] + \eta_{n_j, n_{0j_0}}^{J_n} [ F_l(k_n r) - i G_l(k_n r) ] \}, \quad (1.9)$$

$$(2) E_n < 0 \quad R_{n_j, n_{j'}, n_{0j_0}}^{J_n}(r) = \sqrt{\frac{k_{n_0}}{k_n}} \Gamma_{n_j, n_{0j_0}}^{J_n} H_l(k_n r), \quad (1.10)$$

$F_l(x)$  已在前面说明,  $G_l(x)$  是球诺曼函数与  $x$  的积, 当  $x$  大时

$$G_l(x) \rightarrow \cos\left(x - \frac{l}{2}\pi\right).$$

$H_l(x)$  是虚宗量 Hankel 函数. 其渐近式是指数下降的.  $\eta_{n_j, n_{0j_0}}^{J_n}$  就是散射矩阵元.  $\Gamma_{n_j, n_{0j_0}}^{J_n}$  是与闭道有关的一些常量. 耦合道光学模型的中心问题是求解径向函数的耦合方程组, 以确定散射矩阵.

## 二、微分方程组的离散, 函数值的递推公式

设在一定  $J_n$  下, 耦合方程组中涉及的未知函数共有  $N$  个, 把它们排成一个列矢量  $\psi$ , 则方程组可写成:

$$\psi'' = A\psi. \quad (2.1)$$

其中,

$$\psi'' \equiv \frac{d^2\psi}{dr^2},$$

$A$  是  $N \times N$  矩阵, 它的对角元素为

$$A_{n_j, n_j}(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V_{n_j, n_j}^{J_n}(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} - k_n^2,$$

非对角元素则为  $\frac{2\mu}{\hbar^2} V_{n_j, n'_j}^{J_n}(r)$ .

把  $r$  轴分成一系列等长的小间隔, 设每个间隔的长度 (步长) 为  $h$ ,

$$\begin{array}{c} | \quad | \quad | \quad | \\ \hline i-1 \quad i \quad i+1 \end{array}$$

并把  $A(r_i)$  及  $\psi(r_i)$  记为  $A_i$  及  $\psi_i$ , 则按 Noumerov 公式, 可把耦合方程组离散为如下的形式 (误差项为  $\frac{h^6}{240} \psi^{(6)}$ ):

$$\left(1 - \frac{h^2}{12} A_{i-1}\right) \psi_{i-1} - \left(2 + \frac{5}{6} h^2 A_i\right) \psi_i + \left(1 - \frac{h^2}{12} A_{i+1}\right) \psi_{i+1} = 0,$$

由此可确定任何三个相邻点的  $\psi$  值之间的线性关系. 改写成如下形式更为方便:

$$\xi_{i-1} + b_i \xi_i + \xi_{i+1} = 0, \quad (2.2)$$

其中

$$\xi \equiv \left(1 - \frac{h^2}{12} A\right) \psi, \quad (2.3)$$

$$b \equiv -\frac{2 + \frac{5}{6} h^2 A}{1 - \frac{h^2}{12} A} = 10 - \frac{12}{1 - \frac{h^2}{12} A}, \quad (2.4)$$

我们把(2.2)称为函数值递推公式.  $A$  是矩阵, 又是  $r$  的函数, 所以在每一个  $r$  值, 都涉及  $\left(1 - \frac{h^2}{12} A\right)$  的逆矩阵. 当  $A$  矩阵的阶数很高时, 每一步都求逆的办法是不可取的. 目前文献中常见的做法是把  $\left(1 - \frac{h^2}{12} A\right)^{-1}$  展开成  $\frac{h^2}{12} A$  的幂级数, 并略去  $\left(\frac{h^2}{12} A\right)^3$  和更高次的项. 我们不用这种展开式, 因为  $A$  矩阵的对角部分  $A^0$  并不造成麻烦, 只需要把非对角矩阵  $\frac{h^2}{12} A'$  当作小量进行展开:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} A} &= \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} (A^0 + A')} \approx \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} A^0} \\ &+ \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} A^0} \left(\frac{h^2}{12} A'\right) \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} A^0} + \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} A^0} \left(\frac{h^2}{12} A'\right)^2 \frac{1}{1 - \frac{h^2}{12} A^0} + \dots \end{aligned}$$

$$\cdot \frac{1}{1 - \frac{\hbar^2}{12} A^0} \left( \frac{\hbar^2}{12} A' \right) \frac{1}{1 - \frac{\hbar^2}{12} A^0} + \dots, \quad (2.5)$$

这样,在各种  $r$  值下计算  $b$  矩阵时,只涉及矩阵乘法,而不必求逆了。

### 三、比例系数递推法,系数矩阵的递推公式

利用原点处的边条件  $\psi_0 = 0$ , 可以引导出递推起始公式。一种比较粗略的起始公式如下:

$$\xi_0 + P\xi_1 = 0,$$

其中  $P$  是已知矩阵,  $\xi_0$  及  $\xi_1$  则代表  $r = 0$  及  $r = h$  处的  $\xi$  值。

给定了这样的起始公式和前面的递推公式之后,还不能对  $\xi$  值进行递推,因为  $\xi_0$  及  $\xi_1$  的值还没有完全确定。但是,如果我们不去理会  $\xi$  本身,而是对两个相邻点  $\xi$  值的比例进行递推,则是可以的。因为,起始公式确定了  $\xi_0$  与  $\xi_1$  的线性关系,利用

$$\xi_0 + b_1\xi_1 + \xi_2 = 0$$

消去  $\xi_0$ , 就会得出  $\xi_1$  与  $\xi_2$  的线性关系,再利用

$$\xi_1 + b_2\xi_2 + \xi_3 = 0$$

消去  $\xi_1$ ,  $\dots$  则依次得到:

$$\begin{cases} Q_1\xi_1 + \xi_2 = 0, \\ Q_1 = b_1 - P; \end{cases} \quad \begin{cases} Q_2\xi_2 + Q_1\xi_3 = 0, \\ Q_2 = Q_1b_2 - 1; \end{cases} \\ \begin{cases} Q_s\xi_s + Q_{s-1}\xi_{s+1} = 0, \\ Q_s = Q_{s-1}b_s - Q_{s-2}. \end{cases} \quad (s \geq 3) \end{cases} \quad (3.1)$$

由此可见,对  $Q$  矩阵进行递推,是可以实现的。当我们计算出  $b_1$  矩阵后,由  $b_1 - P$  给出  $Q_1$ , 计算出  $b_2$  后,由已知的  $Q_1$  可求出  $Q_2$ , 此后,当计算出  $b_s$  时,利用已知的  $Q_{s-1}$  及  $Q_{s-2}$  可求出  $Q_s$ 。(3.1) 中的第二式给出了  $Q$  矩阵所满足的一般递推关系,也就是比例系数的递推公式。每推一步,就得出一个新的  $Q$  矩阵,因而可决定一个新的点与下面一点的  $\xi$  值之间的线性关系。当递推步数足够大时,就可以得到外部区域中两个相邻点  $\xi$  值的线性关系。这时,把  $\psi$  的渐近式代入来,就变成散射矩阵元(及若干个  $\Gamma$  常数)所满足的线性方程组,由此即可求出散射矩阵元。

我们看到,在  $Q$  递推的过程中,每做一步都要计算  $Q$  矩阵与  $b$  矩阵的积,而在  $\xi$  值的递推中,主要的运算则是用  $b$  矩阵乘列矢量  $\xi$ , 但这并不说明用  $Q$  值递推法代替  $\xi$  值递推法会使计算量增大。诚然,在给定了递推公式(2.2)以及起始公式  $\xi_0 + P\xi_1 = 0$  之后,再给出  $\xi_1$  的暂用值,就可对  $\xi$  值进行递推了(用  $\xi_0$  及  $\xi_1$  计算  $\xi_2$ , 再用  $\xi_1$  及  $\xi_2$  计算  $\xi_3$ ,  $\dots$ ), 但是当  $\xi$  的分量数  $N$  大于 1 时,根据  $\xi_1$  的一种暂用值递推下去,是不能与渐近式一致的。因此,在采用  $\xi$  值递推法求解耦合方程组时,实际上要同时考虑  $\xi_1$  的  $N$  种独立的暂用值,由此递推下去,得到  $N$  个独立的暂用  $\xi$  函数,然后要求它们的适当的线性组合与渐近式一致,从而求出散射矩阵(以及正确的  $\xi$  函数)。由此可见,在递推过程中,每做一步,都要计算  $b$  矩阵与  $N$  个列矢量的积,这正好相当于计算两个矩阵的积。

现在着重讨论一下,当我们考虑闭道的影响时,比例系数递推法的优越之处.在有闭道参与耦合时,相应的  $E_n$  变为负的.这时,在正确的  $\xi$  函数的渐近式中,应当含有相应的指数下降的成分.在  $\xi$  值递推法中使用的  $N$  个暂用的  $\xi$  函数,只是由于作了“适当的”线性组合,才能与渐近式一致.至于这些暂用的  $\xi$  函数本身,由于它们的线性组合可以表达满足微分方程及原点边条件的任何函数,随着  $r$  的增大,不可能都不含有指数上升的成分.因此,当  $E_n$  中有负数时,从原点出发进行的函数值递推,不能进到外部区域.在这种情况下,只好在内部区域某处将递推过程中止下来.同时,从外部区域向内递推,也在此处停止,并把两种递推过程的结果连接起来,从而决定散射矩阵元(和正确的  $\xi$  函数).

但是,在比例系数递推法中,根本不求助于暂用的  $\xi$  函数,只是利用了微分方程组及原点处的边条件,就确定了任何两个相邻点的  $\xi_i$  与  $\xi_{i+1}$  的线性关系.这当然也是真正的  $\xi$  值所满足的关系.因此,不管  $E_n$  中是否有负数,总是可以将从原点出发的递推过程进行到外部区域.

#### 四、多点起始公式的用法

在比例系数递推法中,可以很方便地采用多点起始公式.例如,耦合方程组  $\psi'' = A\psi$  可以离散为如下的形式(误差项为  $h^8$  级):

$$\begin{aligned} \psi_{i-3} - \left(1 + \frac{67}{48} h^2 A_{i-2}\right) \psi_{i-2} + \frac{h^2}{6} A_{i-1} \psi_{i-1} - \frac{61}{24} h^2 A_i \psi_i + \frac{h^2}{6} A_{i+1} \psi_{i+1} \\ - \left(1 + \frac{67}{48} h^2 A_{i+2}\right) \psi_{i+2} + \psi_{i+3} = 0, \end{aligned}$$

令  $i = 3$ , 并利用原点处的边条件  $\psi_0 = 0$  得:

$$\begin{aligned} - \left(1 + \frac{67}{48} h^2 A_1\right) \psi_1 + \frac{h^2}{6} A_2 \psi_2 - \frac{61}{24} h^2 A_3 \psi_3 + \frac{h^2}{6} A_4 \psi_4 \\ - \left(1 + \frac{67}{48} h^2 A_5\right) \psi_5 + \psi_6 = 0, \end{aligned}$$

变为  $\xi$  值之间的线性关系,得:

$$\begin{aligned} \left(\frac{47}{24} + \frac{71}{48} b_1\right) \xi_1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} b_2\right) \xi_2 + \left(\frac{61}{12} + \frac{61}{24} b_3\right) \xi_3 \\ - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} b_4\right) \xi_4 + \left(\frac{47}{24} + \frac{71}{48} b_5\right) \xi_5 \\ - \left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{12} b_6\right) \xi_6 = 0, \end{aligned} \quad (4.1)$$

这就可以作为比例系数递推法的起始公式.虽然它涉及 6 个点的  $\xi$  值,但是把它与 (2.2) 式结合起来,仍然可以求出任何两个相邻点的  $\xi$  值的线性关系.现在的问题是要找出一种简便的处理方法.

令

$$Q_1 = \frac{47}{24} + \frac{71}{48} b_1,$$

利用  $\xi_1 + b_2\xi_2 + \xi_3 = 0$  消去起始公式中的  $\xi_1$ , 再利用  $\xi_2 + b_3\xi_3 + \xi_4 = 0$  消去  $\xi_2 \cdots$  则依次得到:

$$\begin{cases} Q_2\xi_2 + \left(Q_1 - \frac{61}{12} - \frac{61}{24}b_3\right)\xi_3 + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}b_4\right)\xi_4 \\ \quad - \left(\frac{47}{24} + \frac{71}{48}b_5\right)\xi_5 + \left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{12}b_6\right)\xi_6 = 0, \\ Q_2 = Q_1b_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}b_2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_3\xi_3 + \left(Q_2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}b_4\right)\xi_4 + \left(\frac{47}{24} + \frac{71}{48}b_5\right)\xi_5 \\ \quad - \left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{12}b_6\right)\xi_6 = 0, \\ Q_3 = Q_2b_3 - Q_1 + \frac{61}{12} + \frac{61}{24}b_3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_4\xi_4 + \left(Q_3 - \frac{47}{24} - \frac{71}{48}b_5\right)\xi_5 + \left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{12}b_6\right)\xi_6 = 0, \\ Q_4 = Q_3b_4 - Q_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}b_4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_5\xi_5 + \left(Q_4 + \frac{5}{6} - \frac{1}{12}b_6\right)\xi_6 = 0, \\ Q_5 = Q_4b_5 - Q_3 + \frac{47}{24} + \frac{71}{48}b_5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_6\xi_6 + Q_5\xi_7 = 0, \\ Q_6 = Q_5b_6 - Q_4 - \frac{5}{6} + \frac{1}{12}b_6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_s\xi_s + Q_{s-1}\xi_{s+1} = 0, \\ Q_s = Q_{s-1}b_s - Q_{s-2} \quad (s \geq 7). \end{cases}$$

当我们不去理会  $\xi$ , 而是着眼于  $Q$  矩阵时, 就可以看到一种非常简单的递推关系. 开始时, 只要计算出  $b_1$  矩阵, 立即得到  $Q_1$ , 当计算出  $b_2$  之后, 可利用  $Q_1$  求出  $Q_2$ , 计算出  $b_3$  之后, 可利用  $Q_2$  及  $Q_1$  求出  $Q_3$ . 从此以后, 只要计算出  $b_s$  即可利用  $Q_{s-1}$  及  $Q_{s-2}$  求出  $Q_s$ , 这个递推过程与第三节中采用两点起始公式的情形只有很小的差别, 而且当  $s \geq 7$  时, 这种差别就完全消失. 如果引入假想的初值  $P_{-1} = 0$  及  $P_0 = 0$ , 则完整的递推公式如下:

$$\begin{cases} Q_s = Q_{s-1}b_s - Q_{s-2} + C_s + d_s b_s & (\text{当 } s = 1, 2, \cdots, 6), \\ Q_s = Q_{s-1}b_s - Q_{s-2} & (\text{当 } s \geq 7), \end{cases} \quad (4.2)$$

其中  $C_s$  及  $d_s$  为下表所列的常数:

$s$	1	2	3	4	5	6
$c_s$	47/24	1/3	61/12	1/3	47/24	-5/6
$d_s$	71/48	1/6	61/24	1/6	71/48	1/12

从  $Q_5$  和  $Q_6$  以后,  $Q$  矩阵可以用来确定两个相邻点  $\xi$  值的线性关系, 即:

$$Q_s \xi_s + Q_{s-1} \xi_{s+1} = 0 \quad (\text{当 } s \geq 6),$$

最后仍然可以按照第三节说明的方法决定散射矩阵.

由此可见, 在比例系数递推法中, 采用比较复杂的起始公式时, 既不增大计算量, 也不要求保留更多的备用数据. 在递推过程中, 每做一步, 需要重新计算的, 仍然是一个  $b$  矩阵, 需要保留的仍然是两个  $Q$  矩阵.

### 参 考 文 献

- [ 1 ] T. Tamura, Computer Program JUPITOR 1 for Coupled Channel Calculation, ORNL-4152 (1967).  
 [ 2 ] Ch. Legrange, JAERI-M-5984(1975), 51.

## IMPROVEMENT OF THE COUPLED CHANNEL OPTICAL MODEL CALCULATION

YANG ZE-SEN

(Peking University)

### ABSTRACT

By using the iteration of the linear relationship between two sets of radial wave functions at two neighboring points, the coupled channel optical model calculation is improved.

The merits of this method are: (i) No assumption needs to be made on the values of the radial wave functions near the origin. (ii) Multi-point formula can be conveniently adopted at the starting stage, (iii) Iteration process can always be proceeded to the external region from the origin.