

# 关于“对转动”与“对振动”

曾 谨 言  
(北 京 大 学)

## 摘 要

本文用处理对力的粒子数守恒方法得出了原子核对转动及非简谐对振动能谱公式。给出了对转动带的量子数、二核子传递反应分支比及选择定则。转动谱中粒子数平方项系数近似等于费米面附近的单粒子能级平均间距。在不跨越大壳情况下(包括在满壳附近),对转动谱公式仍然适用。非简谐对振动能谱公式与两套对转动谱公式等价。公式中线性项(振子能量)近似等于费米面处单粒子能级的间距。振子相互作用能与满壳之上(下)的单粒子能级平均间距的两倍大略相等。非简谐效应对能谱及二核子传递反应分支比都有重要影响。

## 一、引 言

1958年, Bohr、Mottelson 与 Pines 提出核超导现象的若干实验证据<sup>[1]</sup>,对关联的重要性引起了人们很大注意。如果说壳模型位势主要来自二体作用中的极长程力( $L = 0$ )部分,核变形、转动和振动主要来自四极力与八极力( $L = 2, 3$ )的相干关系,则对关联主要来自高极性( $L \gg 1$ )的极短程力的相干关联<sup>[2]</sup>。

转动谱的特征是:同带的谱能级之间  $E2$  跃迁( $\Delta K = 0, \Delta I = \pm 2$ )较之单粒子值有很大加强,分支比满足一定关系,而能谱  $E_I \propto I(I+1)$ 。简谐振动谱的特征是  $E_n \propto n$  (声子数),相邻振动态之间( $\Delta n = \pm 1$ )的  $E2(\Delta I = \pm 2)$  或  $E3(\Delta I = \pm 3)$  跃迁也有很大加强。转动与振动都是与长程力部分相联系的集体运动。与此相似,相邻核的某些态(例如相邻偶偶核基态)之间的二核子传递反应也有显著加强现象,能量之间也有一定的关系。由此, A. Bohr 引进了“对振动”与“对转动”<sup>[3]</sup>,即与对关联相应的集体运动模式。之后,有不少人发展了各种理论形式来阐明此问题<sup>[4]</sup>。本文则企图从粒子数守恒方法来原因说明这些现象。

## 二、关于“对转动”

取通常习用的含有简单对力的哈密顿量:

$$H = \sum_{\nu} \varepsilon_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{\bar{\nu}}^{\dagger} a_{\bar{\nu}}) - G \sum_{\mu, \nu} a_{\mu}^{\dagger} a_{\bar{\mu}}^{\dagger} a_{\bar{\nu}} a_{\nu}, \quad (1)$$

$\varepsilon_{\nu}$  为单粒子能量,  $\bar{\nu}$  是  $\nu$  的时间反演态,  $G$  为对力强度. 对于具有偶数个粒子的系统, 基态及对激发态的粒子数守恒波函数的一般形式为<sup>[5]</sup>:

$$A_{\alpha}^{\dagger} |0\rangle = \sum_{\rho, \mu, \dots} v_{\rho, \mu, \dots}^{(\alpha)} s_{\rho, \mu, \dots}^{\dagger} |0\rangle, \quad (2)$$

$$s_{\rho, \mu, \dots}^{\dagger} \equiv s_{\rho}^{\dagger} s_{\mu}^{\dagger} \dots, \quad s_{\rho}^{\dagger} \equiv a_{\rho}^{\dagger} a_{\bar{\rho}}^{\dagger}, \dots$$

$$\alpha = 0(\text{g.s.}), 1, 2, 3, \dots$$

而

$$\sum_{\rho, \mu, \dots} v_{\rho, \mu, \dots}^{(\alpha)} v_{\rho, \mu, \dots}^{(\alpha')} = \delta_{\alpha\alpha'}$$

以下假设变形核费米面附近的单粒子能级分布均匀, 能级间距取为  $b$ . 假设考虑费米面附近  $m$  对粒子后, 已可以得到足够精确的解. 此时波函数记为:

$$A_{\alpha m}^{\dagger} |0\rangle = \sum_{\rho_1, \dots, \rho_m} v_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{(\alpha)} \cdot s_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{\dagger} |0\rangle. \quad (3)$$

此时, 考虑到泡利原理, 对力的非对角元部分的影响已充分发挥出来. 这  $m$  对粒子可称为“价粒子”. 当再增添一对粒子时, 波函数表成

$$A_{\alpha, m+1}^{\dagger} |0\rangle = \sum_{\rho_1, \dots, \rho_m} v_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{(\alpha)} s_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{\dagger} \cdot s_1^{\dagger} |0\rangle = \sum_{\rho_1, \dots, \rho_m} v_{1\rho_1, \dots, \rho_m}^{(\alpha)} s_{1\rho_1, \dots, \rho_m}^{\dagger} |0\rangle, \quad (4)$$

( $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ ) 取 (2, 3,  $\dots, 2m, 2m+1$ ) 中任何一组数, 每组包含  $m$  个数. (4) 式相应的能量记为  $E_{\alpha, m+1}$ ,

$$E_{\alpha, m+1} - E_{\alpha, m} - 2\varepsilon_{m+1} = -G, \quad (5)$$

其中  $2\varepsilon_{m+1}$  是增添的一对粒子的单粒子能量的贡献. 当增添  $n$  对粒子时, 波函数表为:

$$A_{\alpha, m+n}^{\dagger} |0\rangle = \sum_{\rho_1, \dots, \rho_m} v_{1^n \rho_1, \dots, \rho_m}^{(\alpha)} s_{1^n \rho_1, \dots, \rho_m}^{\dagger} |0\rangle = s_{1^n}^{\dagger} \sum_{\rho_1, \dots, \rho_m} v_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{(\alpha)} s_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{\dagger} |0\rangle. \quad (6)$$

相应的能量记为  $E_{\alpha, m+n}$ , 而

$$E_{\alpha, m+n} - E_{\alpha, m} - 2(\varepsilon_{m+1} + \varepsilon_{m+2} + \dots + \varepsilon_{m+n}) = -nG. \quad (7)$$

波函数 (6) 与 (3) 的结构完全相似; 只不过  $\rho_1 \dots \rho_m$  所取单粒子能级的指标不同而已. 对于给定的  $\alpha$ , 不同  $n$  所刻划的一系列状态, 由于波函数结构相似, 可以视为构成一个“对转动带”,  $\alpha$  为刻划“对转动带”的量子数 (相当于平常转动带的量子数  $K$ ),  $n$  是区分同一带中的不同态的量子数 (相当于角动量量子数  $I$ ). 例如,  $\alpha = 0$  带, 就是相邻偶偶核基态组成的“对转动带”. 属于同一带的相邻态之间的二核子传递反应 ( $\Delta\alpha = 0, \Delta n = \pm 1$ ), 由于波函数结构完全相似导致的相干对关联, 截面将大为加强 (相当于平常转动带中相邻态之间的  $E2$  跃迁,  $\Delta K = 0, \Delta I = \pm 2$ ). 例如从

$$A_{0m}^{\dagger} |0\rangle \xrightarrow{(t, p)} A_{0m+1}^{\dagger} |0\rangle$$

相干对关联引起的加强因子为:

$$F_0 = |\langle 0 | A_{0m+1}^{\dagger} A_{0m}^{\dagger} |0\rangle|^2 = \left| \sum_{\rho_1, \dots, \rho_m, \lambda} v_{\rho_1, \dots, \rho_m, \lambda}^{(0)} v_{\rho_1, \dots, \rho_m}^{(0)} \right|^2 \gg 1, \quad (8)$$

这种跃迁可称为有利跃迁. 在简化模型计算中,  $F_0 \sim 10$ .<sup>[6]</sup>

对于不同带之间的二粒子传递反应( $\Delta\alpha \approx 0$ ),由于初末态波函数的结构有较大差异,  $F$  因子将大为减小,但并不为 0, 可称为  $\alpha$  禁戒跃迁。(相当于不同转动带之间的  $K$  禁戒跃迁,  $\Delta K \approx 0$ )。例如从基态到相邻偶偶核的  $0_1^+$  态的二核子传递反应, 在简化模型计算中,  $F_1/F_0 \sim 7\%$ 。

其次讨论能谱。(7)式中  $-nG$  为增添的  $n$  对粒子的对力对于能量的贡献, 它与  $n$  成线性关系。设处于  $\epsilon_m$  单粒子能级的一对粒子的分离能为  $C$ 。作为简单估算, 假设对于中、重核, 增加少数对粒子时, 自洽场无显著变化, 单粒子能级平均间距保持为  $b$ , 则  $A_{\alpha, m+n}^+|0\rangle$  态与  $A_{\alpha, m}^+|0\rangle$  态相应的结合能差为:

$$\begin{aligned} B_{\alpha, m+n} - B_{\alpha, m} &= (C - 2b) + (C - 4b) + \cdots + (C - 2nb) + nG \\ &= (C + G - b)n - bn^2. \end{aligned} \quad (9)$$

例如, 分析相邻偶偶核基态 ( $\alpha = 0$ ) 之间能量的关系时, 记  $B_{0, m+n} = B_n$ ,  $B_{0, m} = B_0$ , 则

$$B_n - B_0 = an - bn^2. \quad (10)$$

这就是 A. Bohr 的“对转动谱”公式, 其中线性项的系数  $a = C + G - b \approx C$  (费米面  $\epsilon_m$  能级上一对粒子的分离能), 而二次项系数  $b \sim$  单粒子能级平均间距。

应指出, 这一关系式已在 Bethe-Weizsäcker 结合能半经验公式中反映出来<sup>[7]</sup>。按照修改了的结合能公式<sup>[8]</sup>:

$$B(N, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z^{5/3} - a_4 (N - Z)^2 / A + \Delta, \quad (11)$$

$$A = N + Z,$$

$$\Delta = \begin{cases} 11.2 A^{-1/2} & (N, Z \text{ 偶}), \\ 0 & (A \text{ 奇}), \\ -11.2 A^{-1/2} & (N, Z \text{ 奇}), \end{cases}$$

$a_1, a_2, a_3, a_4$  乃经验参数。对于  $Z$  为  $Z_0$  的诸同位素的结合能差, 可展开成

$$\begin{aligned} B(N, Z_0) - B(N_0, Z_0) &\simeq C_1(N - N_0) - C_2(N - N_0)^2 + C_3(N - N_0)^3 \\ &= 2C_1 n - 4C_2 n^2 + 8C_3 n^3, \quad n = (N - N_0)/2, \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$C_1 = a_1 - \frac{2}{3} a_2 A_0^{-1/3} - a_4 \left[ 1 - \left( \frac{2Z_0}{A_0} \right)^2 \right] - \frac{11.2}{2} A_0^{-3/2},$$

$$C_2 = a_4 \frac{4Z_0^2}{A_0^3} - \frac{a_2}{9} A_0^{-4/3} - \frac{3}{8} \times 11.2 A_0^{-5/2},$$

$$C_3 = \frac{a_4}{2} \frac{4Z_0^2}{A_0^3} - \frac{4}{81} a_2 A_0^{-7/3} - \frac{5}{16} \times 11.2 A_0^{-7/2}.$$

对于中重核, 例如  $Z_0 \sim 50$ ,  $A_0 \sim 114$  可估算出

$$C_1 \sim 9 \text{ MeV}, \quad C_2 \sim \frac{1}{8} \text{ MeV}, \quad C_3 \sim \frac{1}{400} \text{ MeV},$$

可见在  $(N - N_0)$  不太大时, (12) 式收敛较快, 保留二次项, 就相当准确了; 即

$$B(N, Z_0) - B(N_0, Z_0) \simeq C_1(N - N_0) - C_2(N - N_0)^2, \quad (10')$$

这就是 (10) 式。

以下举两例说明, 图 1 给出  $_{52}\text{Te}$  的 10 个同位素的基态能量的关系。可以看出, 两参数的对转动谱公式能够与 10 个数据符合得相当好。本文所有结合能数据取自 [9]。图 2

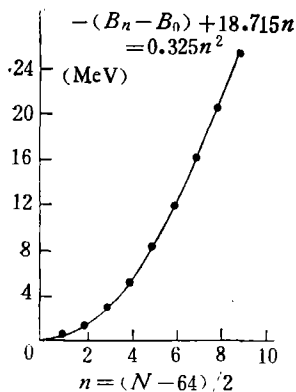


图 1  ${}_{52}\text{Te}_{64-82}$  对转动谱

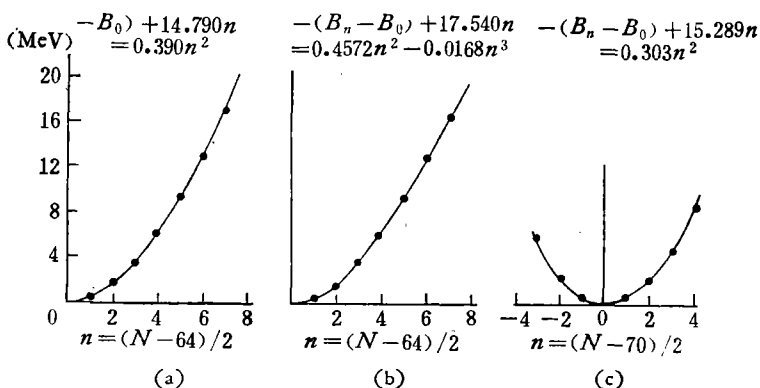


图 2  ${}_{50}\text{Sn}_{64-78}$  对转动谱

给出  ${}_{50}\text{Sn}$  的 8 个同位素的分析结果,它们已为 A. Bohr 分析过<sup>[3]</sup>,如图 2(a),参数是重新修订过的.图 2(b)给出了用三参数式(12)分析的结果.由于多了一个参数,与实验符合程度有较大改进是不奇怪的.从公式推导中可以看出,  $N_0$  (只要不太靠近幻数)的选择是任意的.图 2(c)中取  $N_0 = 70$ ,结果与实验符合程度与取  $N_0 = 64$  差不多.

值得注意的是,从具体分析看出,即使所涉及的原子核已接近满壳,但不跨越大壳,对转动谱公式(10)仍不失为一个好的近似.这在图 1 关于  $\text{Te}_{64-82}$  的分析中已可看出端倪.下面再以  ${}_{42}^{92}\text{Mo}_{50}$ ,  ${}_{36}^{86}\text{Kr}_{50}$  ( $N_0 = 50$ ) 及  ${}_{54}^{136}\text{Xe}_{82}$  和  ${}_{60}^{142}\text{Nd}_{82}$  ( $N_0 = 82$ ) 为例来说明这一点.见图 3.

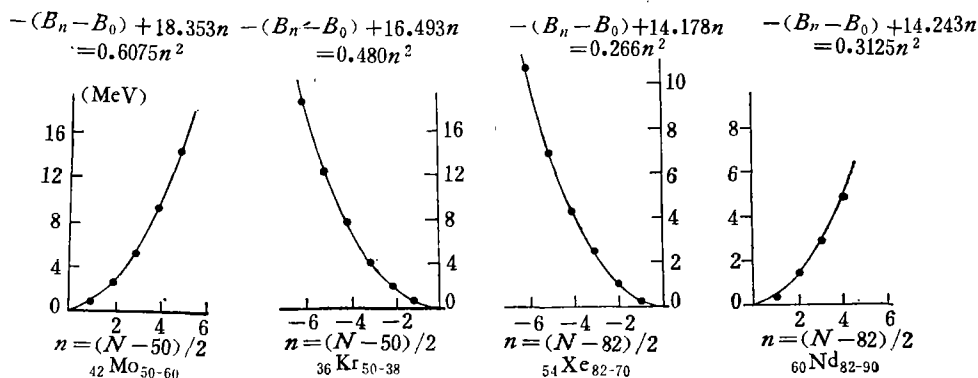


图 3

这事实可如下解释.在满壳附近,对力的非对角元的贡献尚未饱和.每增添一对粒子,对力对结合能的贡献不仅为  $G$ ,而要大一些.按前文<sup>[6]</sup>计算,令  $P_m$  代表满壳外  $m$  对粒子的对力对于结合能的贡献,则

$$P_m = mG + \eta_m, \tag{14}$$

$$\eta_m \approx \begin{cases} G, & m = 1 \\ 2.5G, & m > 5 \end{cases}$$

所以满壳外第  $m$  对粒子对结合能的贡献为

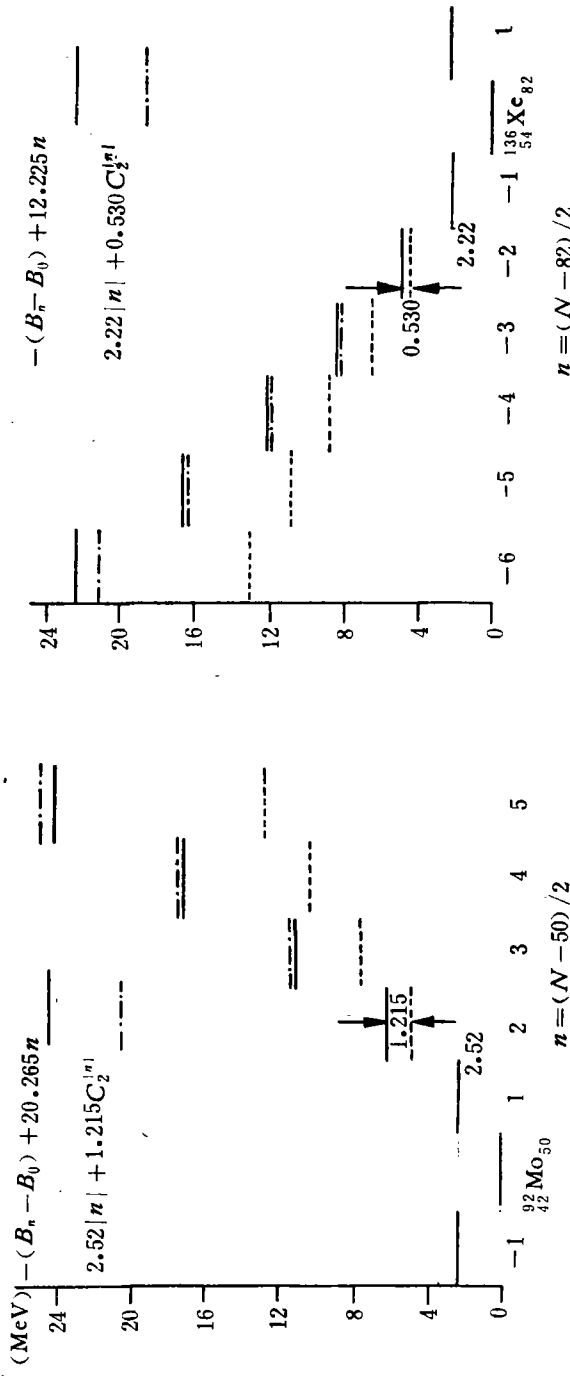


图4  $^{92}\text{Mo}_{50}$  及  $^{136}\text{Xe}_{82}$  附近的非简谐对振动谱

$$P_m - P_{m-1} = G + (\eta_m - \eta_{m-1}), \quad (15)$$

$$\eta_m - \eta_{m-1} \simeq \begin{cases} G, & m = 1 \\ 0, & m > 5 \end{cases}$$

在一般情况下,  $0 < \eta_m - \eta_{m-1} < G$ . 但在原子核中  $G \ll b$  (单粒子能级平均间距), 即对力的非对角元对结合能的直接贡献, 并不占重要地位, 因此公式(10)仍近似成立. 或者说  $\eta_n$  随  $n$  变化的线性项及二次项均可并入公式(9)的两项中去, 所以, 公式(10)仍较好成立.

但是, 对于满壳附近的原子核, A. Bohr 是用非简谐对振动图象来分析的. 在图4中, 给出了  ${}^{92}\text{Mo}_{50}$  及  ${}^{138}\text{Xe}_{82}$  附近的非简谐对振动谱的分析. 计算结果及与实验符合的程度, 与图3相同. 可见对转动谱公式与非简谐对振动谱公式之间有密切联系.

### 三、关于“对振动”

上述分析表明: 对转动谱公式(10), 在不跨越大壳情形下, 即使靠近满壳, 仍然近似适用. 因此可以对于大壳两侧的原子核, 分别用(10)式去分析.

与对振动分析类似<sup>[3]</sup>, 利用满壳两侧紧邻的偶偶核的结合能来定(10)式中的参数, 设( $B_0 = 0$ )

$$B_n = \begin{cases} an - bn^2, & n > 0 \\ a'n - b'n^2, & n < 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$n = (N - N_0)/2, \quad N_0 \text{ 是幻数.}$$

不难证明

$$a = (2B_1 - B_0) - \frac{1}{2}(B_0 + B_2),$$

$$b = B_1 - \frac{1}{2}(B_0 + B_2), \quad (17)$$

$$-a' = (2B_{-1} - B_0) - \frac{1}{2}(B_0 + B_{-2}),$$

$$b' = B_{-1} - \frac{1}{2}(B_0 + B_{-2}). \quad (18)$$

代入(16), 经整理后, 得

$$\begin{aligned} -(B_n - B_0) + \frac{1}{2}(B_1 - B_{-1})n &= \left[ B_0 - \frac{1}{2}(B_1 + B_{-1}) \right] |n| \\ &+ \begin{cases} [2B_1 - (B_0 + B_2)] C_2^2, & n > 0 \\ [2B_{-1} - (B_0 + B_{-2})] C_2^{|n|}, & n < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

这正是 A. Bohr 的对振动谱公式. 例如  ${}^{208}\text{Pb}_{126}$ ,  $N_0 = 126$ , 用  $\text{Pb}_{128, 130, 124, 122}$  诸同位素的结合能代入, 可得(单位: MeV)

$$-(B_n - B_0) + 11.616n = 2.4935|n| + \begin{cases} 0.169C_2^2, & n > 0 \\ 0.707C_2^{|n|}, & n < 0 \end{cases} \quad (20)$$

$|n|$  代表对振动声子数. 分析结果见图5(a). 这是 A. Bohr 已经仔细分析过的, 除了一些不关紧要的参数值的细微修改外, 图5(a)分析结果与 A. Bohr 分析完全一样<sup>[3]</sup>. A.

Bohr 在公式左边加上一项  $n$  的线性项,  $11.616 n$  MeV, 是为了使  $^{206}\text{Pb}$  ( $n = -1$ ) 与  $^{210}\text{Pb}$  ( $n = +1$ ) 的基态能量相等. 公式右边的线性项的系数,  $2.4935$  MeV, 他解释为一个“对

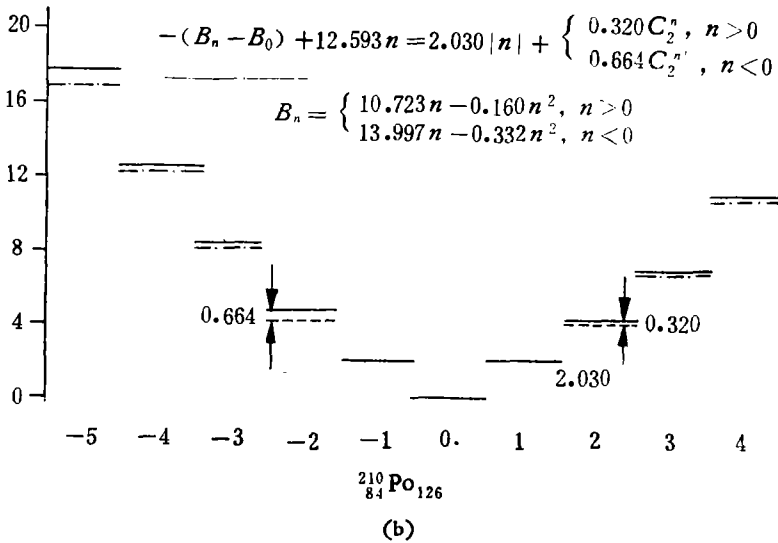
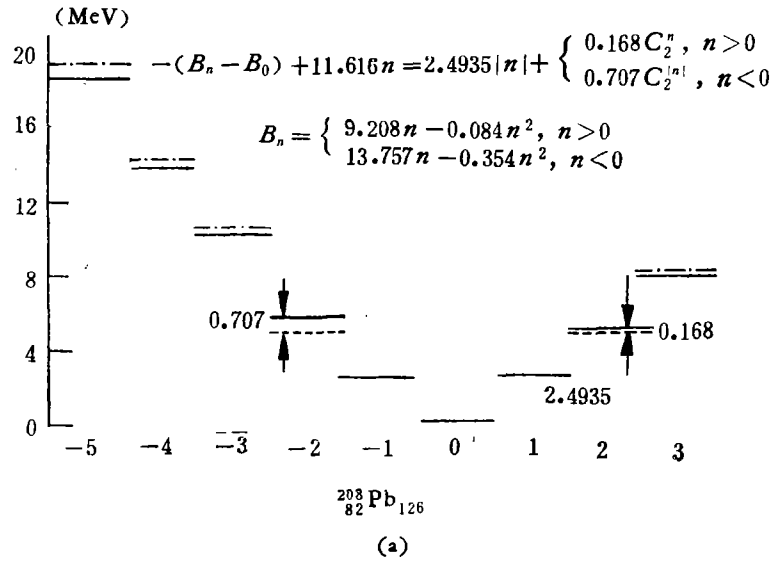


图5  $N = 126$  附近的非简谐对振动

振动声子”的能量. 而非简谐项系数,  $0.169$  MeV 及  $0.707$  MeV, 解释为声子之间相互作用能, 对于两类声子 ( $n > 0$  及  $n < 0$ ), 各不相同.

对于满壳(中、重)核邻近的原子核, 用公式(19)或等效地用(16)式去分析的结果, 给于图5、6、7中.

非简谐对振动谱公式(19)的各参数可作如下粗略的理解(见图8).

1° 公式左边线性项的系数

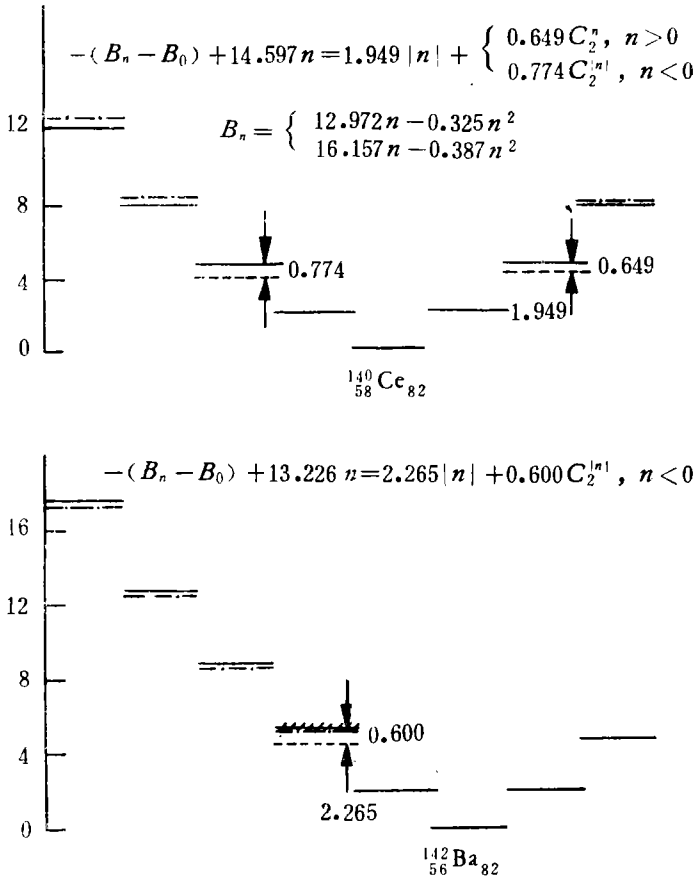


图 6  $N = 82$  附近非简谐对振动谱

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(B_1 - B_{-1}) &= \frac{1}{2}[(B_1 - B_0) + (B_0 - B_{-1})] \\ &= \frac{1}{2}[(a' + b') + (a - b)] \end{aligned}$$

是  $(B_0 - B_{-1})$  与  $(B_1 - B_0)$  的平均值。  $B_0 - B_{-1}$  是满壳核最后一对核子的分离能，  $(B_1 - B_0)$  是满壳外增添一对核子的分离能。

2° 公式右边的线性项的系数

$$\begin{aligned} B_0 - \frac{1}{2}(B_1 + B_{-1}) &= \frac{1}{2}[(B_0 - B_{-1}) - (B_1 - B_0)] \\ &= \frac{1}{2}[(a' + b') - (a - b)] \approx D, \end{aligned}$$

A. Bohr 解释为一个简谐对振动声子的能量。它近似等于两大壳之间的间隙  $D$ 。当  $D$  愈大，则声子能量愈大。

3° 非简谐项系数

$$\begin{aligned} I &= 2B_1 - (B_0 + B_2) = 2b, \\ I' &= 2B_{-1} - (B_0 + B_{-2}) = 2b', \end{aligned}$$



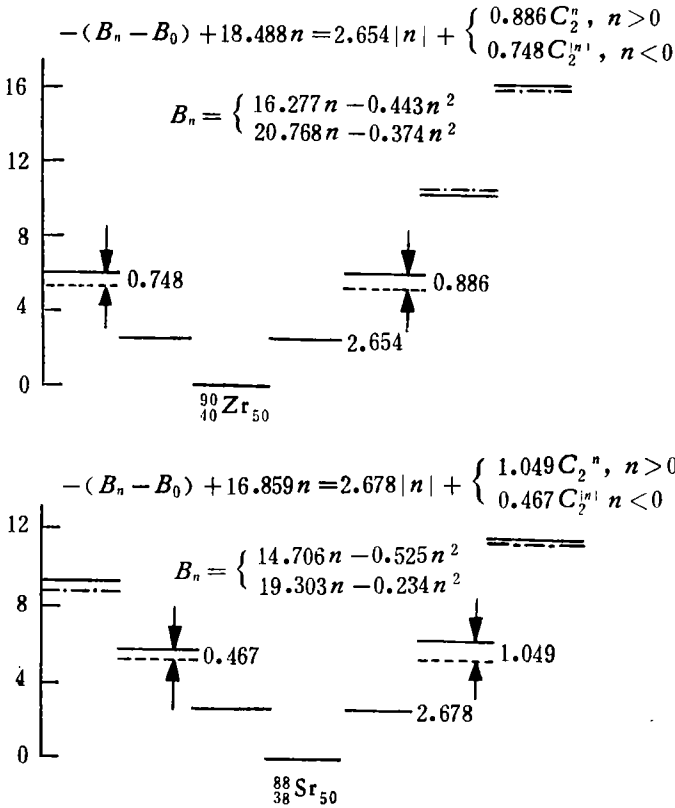


图 7  $N = 50$  附近的非简谐对振动谱

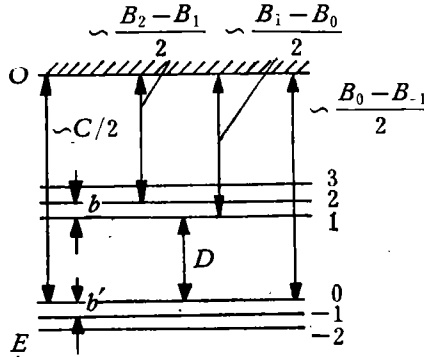


图 8

即声子相互作用能,与满壳之上(下)的单粒子能级平均间距的两倍相近。但若计及在满壳附近,对力的非对角元的贡献尚未饱和,则有一定差异。

例如  $^{208}\text{Pb}$  附近偶偶核的分析表明: 声子能量  $\sim 2.5$  MeV,  $I = 0.17$  MeV,  $I' = 0.70$  MeV。而从单粒子能级(见附录,图 10),  $D \approx 3.4$  MeV\*,  $2b \approx 0.20$  MeV,  $2b' \approx 0.36$  MeV。前二者大致相近,  $I'$  与  $2b'$  相差较大。原因是在  $N = 126$  之下紧邻的单粒子能级简并度

\* 若按 R. Moyer et al, *Phys. Rev. C2* (1970), 1898, 能谱相同,但  $D = 2.7$  MeV。

小,单粒子能级间距实际上应比平均间距  $b'$  大一些. 具体估算(附录)表明,两对粒子情况下,对力对于结合能的贡献( $\approx 1.7$  MeV)比一对粒子情况下对力对结合能贡献( $\approx 0.63$  MeV)的两倍要大(不象能级均匀分布情况下, $P_m$ 大致与  $m$  成比例). 这与实验分析一致.

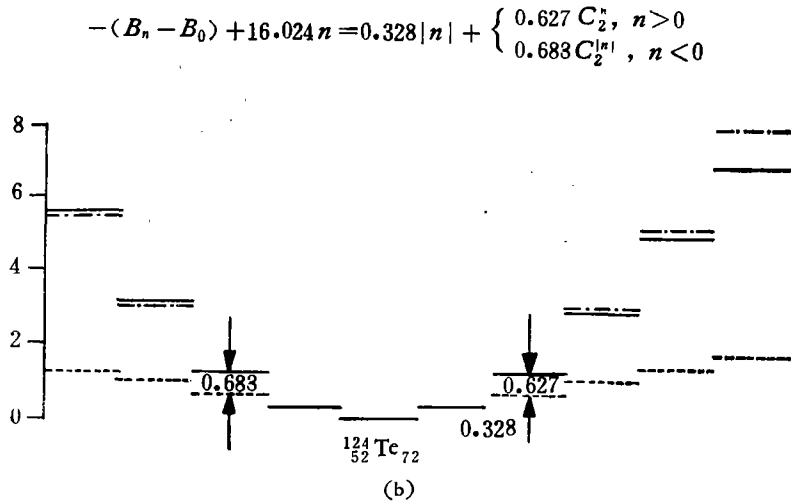
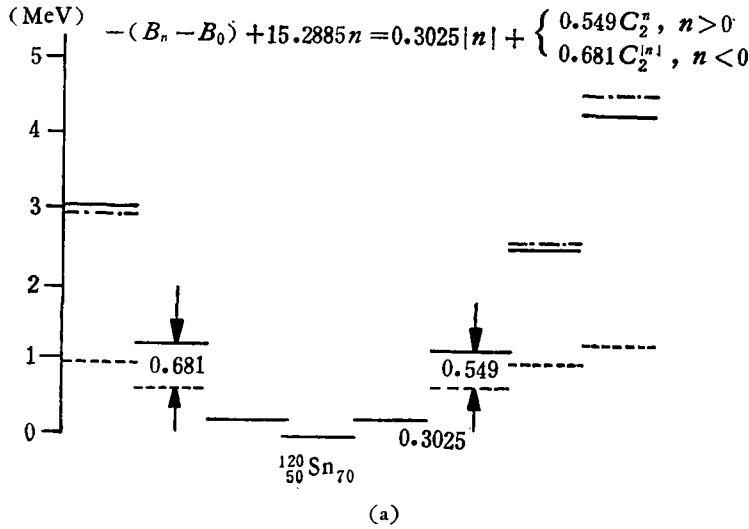


图 9

非简谐对振动谱可以看成两套对转动谱的主要原因是,在满壳附近,对力的非对角元的贡献在结合能中不占重要地位,而且它随  $n$  的变化规律与公式(10)的偏离,可以忽略. 但应注意,在两核子传递反应分支比上,对振动与对转动的差异是明显的(见前文及本文附录).

基于上述讨论,对振动谱公式(19)也可以(但不必要)用来分析远离满壳的原子核. 例如用来分析  $^{120}\text{Sn}_{70}$  和  $^{124}\text{Tc}_{72}$  邻近的原子核,见图 9. 在这里的特点是: 一个“声子”的能

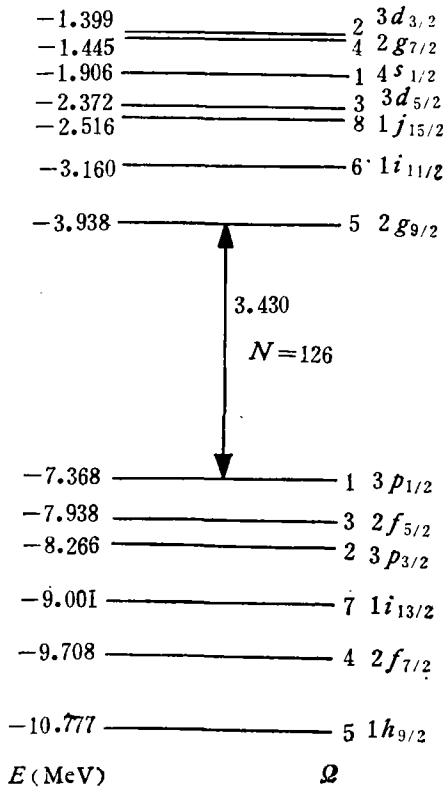


图 10

量很小 $\sim 0.3$  MeV, 但声子间相互作用能较大,  $I \sim 0.60$  MeV. 值得注意的是, 这样的非简谐图象居然能与实验相当符合.

### 附 录

为估算球形核中单粒子能级简并度不等于 2 产生的影响, 以下以  $^{208}\text{Pb}$  附近偶偶核为例来讨论. 与通常习惯一样, 哈密顿量取为:

$$H = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} - \frac{G}{4} \sum_{\alpha, \beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} a_{\beta} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} N_{\alpha} - G \sum_{\alpha, \beta} \sqrt{\Omega_{\alpha} \Omega_{\beta}} A_{\beta}^{\dagger} A_{\alpha},$$

其中

$$\alpha \equiv (n_{\alpha}, l_{\alpha}, j_{\alpha}, m_{\alpha}) \equiv (a, m_{\alpha}),$$

$$N_{\alpha} = \sum_{m_{\alpha}} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha},$$

$$A_{\alpha}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{\alpha}}} \sum_{m_{\alpha} > 0} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}^{\dagger}, \quad (\Omega_{\alpha} = j_{\alpha} + 1/2)$$

$\bar{\alpha}$  是  $\alpha$  的时间反演态. 利用对易式

$$[A_{\alpha}, A_{\beta}^{\dagger}] = \delta_{\alpha\beta} (1 - N_{\alpha} / \Omega_{\alpha}), \quad \text{其余为 } 0$$

不难证明在单粒子能级  $\alpha$  上有  $k$  对粒子 ( $k \leq \Omega_{\alpha}$ ) 的归一化波函数为:

$$(\mathcal{A}_a^+)^k |0\rangle = \left[ k! \prod_{i=0}^{k-1} \left( 1 - \frac{i}{Q_a} \right) \right]^{-1/2} (A_a^+)^k |0\rangle.$$

在能级 1, 2, 3... 上有  $k_1, k_2, k_3 \dots$  对粒子的归一化波函数为:

$$(\mathcal{A}_1^+)^{k_1} (\mathcal{A}_2^+)^{k_2} (\mathcal{A}_3^+)^{k_3} \dots |0\rangle.$$

对力  $H_p$  的矩阵元公式易于求出如下:

$$\langle 0 | \mathcal{A}_1^{k_1} H_p (\mathcal{A}_1^+)^{k_1} |0\rangle = -k_1(Q_1 - k_1 + 1)G, \quad k_1 \leq Q_1$$

$$\langle 0 | \mathcal{A}_2^{k_2} \mathcal{A}_1^{k_1-1} H_p \mathcal{A}_1^{+k_1} \mathcal{A}_2^{+k_2-1} |0\rangle = -G[k_1(Q_1 - k_1 + 1)k_2(Q_2 - k_2 + 1)]^{1/2}.$$

利用上述公式,我们计算了  $^{206}\text{Pb}$  附近的几个偶偶核的基态能量和低  $0^+$  激发谱. 单粒子能级取自 Nuclear Data Sheets 5 (1971), 见图 11. 对力强度  $G$  由  $^{206}, ^{208}, ^{210}\text{Pb}$  的结合能实

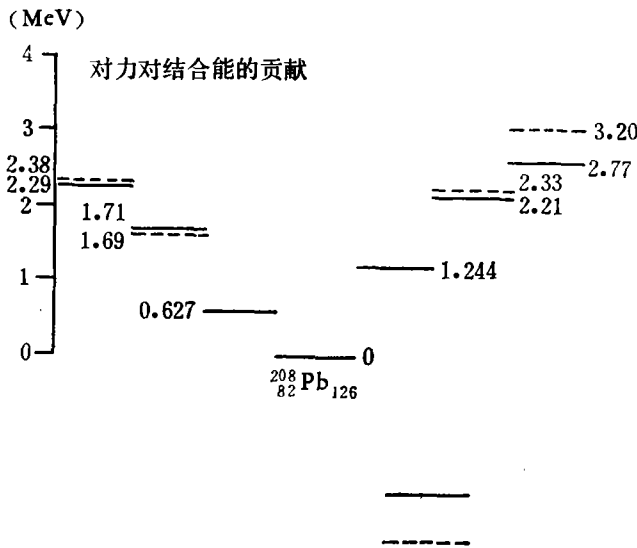


图 11 ——PNC 计算值, ----实验值

验值定出. 把  $H$  对角化时, 截断能量取为  $C=12$  MeV, 相应的  $G \approx 0.12$  MeV, 即  $G/C \approx 0.01$ .

计算所得基态能量与实验比较符合. 但能谱稍差, 这是由于对力过于简单的缘故. 增高截断能量 (相应的  $G$  适当减小), 基态及低  $0^+$  谱看不出有显著变化. 图 11 给出对力对于结合能的贡献. 对  $N > 126$  的核, 单粒子能级简并度大 (分别为 5, 6, 8...), 对力对结合能贡献稍大. 而  $N < 126$  的核, 单粒子能级简并度小 (分别为 1, 3, 2...), 对力对结合能贡献略小. 与实验情况基本一致.

但可以看出, 在满壳附近, 对力对于结合能的贡献, 虽因简并度不是 2 而引起一定改变, 但其变化在结合能中并不占主要地位. 因此在满壳附近, 公式 (10) 仍不失为一个好的近似.

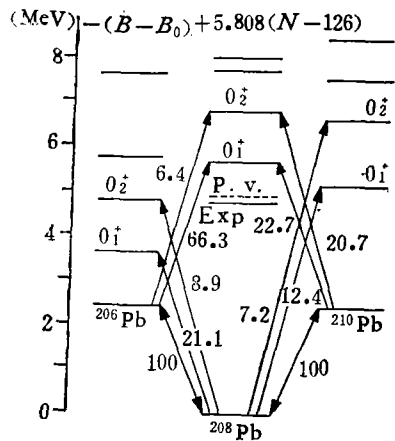


图 12  $^{206}, ^{210}, ^{208}\text{Pb}$  的  $0^+$  谱与  $(t, p), (p, t)$  反应分支比

图 12 给出  $^{206, 208, 210}\text{Pb}$  的  $0^+$  谱及二核子传递反应分支比。在所取截断能量下, 计算结果与纯简谐对振动图象有较大差异。但如果从能谱来看, 非简谐项是很重要的, 那么在二核子传递反应分支比中, 非简谐项也是不能忽视的。

### 参 考 资 料

- [1] A. Bohr, B. Mottelson, D. Pines, *Phys. Rev.*, **110** (1958), 936.
- [2] B. Mottelson, "The Many Body Problem", (1958), 283.
- [3] A. Bohr, "Dubna Sym. on Nuclear Structure," (1968), 179; O. Nathan, *ibid*, 191.
- [4] D. R. Bes, R. A. Broglie, *Nucl. Phys.*, **80** (1966), 289; D. R. Bes et al., *Nucl. Phys.*, **A143** (1970), 1; B. Sørensen, *Nucl. Phys.*, **A177** (1971), 465.
- [5] 杨立铭、曾谨言, 物理学报, **20** (1964), 862;  
程檀生、曾谨言, 物理, **2** (1973), 57.
- [6] 程檀生、曾谨言, 关于对力的粒子数守恒处理方法(未发表).
- [7] R. Beck, M. Kleber, H. Schmidt, *Z. Physik*, **250** (1972), 155.
- [8] 曾谨言, 物理学报, **13** (1957), 357.
- [9] J. H. E. Mattauch, W. Thiek, A. H. Wapstra, *Nucl. Phys.*, **67** (1965), 1.

## ON "PAIRING ROTATION" AND "PAIRING VIBRATION"

ZENG JIN-YAN

(Peking University)

### ABSTRACT

Formulae for the nuclear pairing-rotational (p.r.) and pairing-vibrational (p.v.) spectra are obtained using the PNC (particle-number-conserving) method. The quantum numbers characterizing the p.r. band, the braching ratios and the selection rule for two-particle transfer reactions are given. It is shown that the pairing-rotational scheme holds even for those nuclei near closed-shell, provided that the major-shell is not crossed. The anharmonic p.v. spectrum is shown to be equivalent to two sets of p.r. bands. The physical meaning of the parameters occuring in the p.r. and p.v. spectra is discussed.